

Gęstość i porowatość materiałów

Ćwiczenie 2A: Wyznaczenie gęstości pozornej i porowatości całkowitej materiałów z wykorzystaniem ważenia wypornościowego

Instrukcję opracował: dr Grzegorz Grabowski
KCiMO, WIMiC, AGH
Kwiecień 2023, ver. 0.3

Cel ćwiczenia

- Zapoznanie się z pojęciami dotyczącymi gęstości materiałów, a w szczególności z pojęciem gęstości rzeczywistej, gęstości pozornej i porowatości.
- Przeprowadzenie pomiarów gęstości pozornej i porowatości otwartej.

1. Zagadnienia do przygotowania

Do realizacji ćwiczenia wymagana jest znajomość następujących zagadnień:

- gęstość rzeczywista, gęstość pozorna,
- komórka elementarna, gęstość rentgenograficzna,
- porowatość całkowita, porowatość otwarta, porowatość zamknięta,
- wpływ porowatości na właściwości fizyczne tworzyw,
- prawo Archimedesasa,
- ważenie wypornościowe (hydrostatyczne).

Zagadnienia te zostały szczegółowo omówione w skrypcie: „Laboratorium z nauki o materiałach” [1] oraz w literaturze uzupełniającej [2–5], wyszczególnionej pod koniec instrukcji.

2. Opis ćwiczenia

2.1. Przyrządy i materiały do badań

Podczas ćwiczenia zostaną wykorzystane następujące przyrządy i materiały:

- waga analityczna z dokładnością ważenia do 0,001 g,
- zestaw do ważenia wypornościowego: statyw, szalka z koszykiem, podstawka z regulacją wysokości,

- naczynie do gotowania o pojemności około 1 dm³,
- termometr z podziałką 0,2 °C,
- zlewki o różnej pojemności,
- kuweta,
- pęseta,
- miękka tkanina wchłaniająca wodę,
- próbki materiałów.

3. Zasada pomiaru gęstości pozornej i porowatości otwartej

W celu wyznaczenia gęstości niezbędna jest znajomość masy i objętości próbek pobranych z analizowanego materiału. Wyznaczenie masy nie stanowi większego problemu badawczego – korzystamy z wagi o dokładności dobranej do masy próbek. W przypadku pomiarów laboratoryjnych zwykle jest to waga analityczna, pozwalająca na ważenie z dokładnością co najmniej 1 mg.

Znacznie większą trudność sprawia dokładne wyznaczenie objętości próbek. Jeśli ich kształt jest regularny, np.: prostopadłościenny czy walcowaty, to oszacowanie objętości można przeprowadzić na podstawie pomiaru charakterystycznych wymiarów. Metoda taka jest jednak obciążona dużą niepewnością. Nawet niewielkie odstępstwa w kształcie próbek od kształtu modelowego, mogą powodować duże błędy w wyznaczanej tą metodą objętości. Dodatkowo, jak wiemy z praktyki laboratoryjnej, próbki mają zwykle nieregularny kształt i obliczenie objętości na podstawie wymiarów jest najczęściej niemożliwe. Dlatego do wyznaczenia objętości badanych próbek powszechnie wykorzystywana jest metoda opierająca się na prawie Archimidesa – metoda ważenia wypornościowego (hydrostatycznego).

W metodzie tej wykorzystywana jest różnica w ciężarze próbki, wyznaczonym podczas ważenia w powietrzu i w cieczy (zazwyczaj w wodzie). Różnica ta powstaje w skutek działania siły wyporu, przeciwnie skierowanej do kierunku działania siły ciężkości. Przy czym, im gęstość płynu, w którym ważona jest próbka, jest większa – bardziej zbliżona do gęstości ważonego ciała, tym wartość siły wyporu ma coraz istotniejszy wpływ na wyznaczany ciężar. Ważąc próbkę w powietrzu, siłę wyporu powietrza na ogół pomijamy z uwagi na jej niewielką wartość (*zastanów się, ile wynosi wartość siły wyporu powietrza dla ciała o objętości 1 cm³?*). Jednak ważąc tę samą próbkę zanurzoną np. w wodzie, wpływ siły wyporu jest już wyraźnie widoczny, a w przypadku materiałów o gęstości mniejszej niż gęstość wody, powoduje ich pływanie po powierzchni.

Opierając się więc na prawie Archimidesa, możemy napisać, że ciężar próbki ważonej w cieczy $m_w g$, jest równy co do wartości, rzeczywistemu ciężarowi tej próbki $m g$, pomniejszonemu o wartość działającej na nią siły wyporu $m_c g$, co można zapisać równaniem:

$$m_w g = m g - m_c g, \quad (1)$$

przy czym: m_w to masa próbki zanurzonej w cieczy, m – rzeczywista masa próbki, która jest bliska masie suchej próbki ważonej w powietrzu (dalej będziemy przyjmować więc, że $m \approx m_s$), a m_c – masa cieczy wypartej przez zanurzoną próbkę (g jest przyspieszeniem ziemskim).

Zastępując masę wypartej cieczy iloczynem jej gęstości i objętości ($m_c = d_c V_c$) i przekształcając równanie (1), można wyznaczyć objętość cieczy wypartej przez próbkę:

$$V_c = \frac{m_s - m_w}{d_c}. \quad (2)$$

Objętości ta, w przypadku ciała o idealnie gładkiej powierzchni, jest oczywiście równa szukanej objętości tego ciała ($V_c = V$). Jednak dla materiałów porowatych, tak wyznaczona objętość

próbki jest zaniżona o objętość porów otwartych V_o , ulokowanych na powierzchni próbki. Dlatego, aby wyznaczyć całkowitą objętość dla próbek takich materiałów, równanie (2) należy uzupełnić o V_o i całkowitą objętość wyrazić jako sumę:

$$V = V_c + V_o. \quad (3)$$

Objętość porów otwartych V_o można obliczyć znając masę wody, która może je całkowicie wypełnić. Masa ta jest równa różnicy między masą próbki nasączonej cieczą m_n (próbki, w której pory otwarte są całkowicie wypełnione cieczą) a masą suchej próbki. Wykorzystując znaną gęstość cieczy, objętość porów otwartych można wyrazić jako:

$$V_o = \frac{m_n - m_s}{d_c}. \quad (4)$$

Podstawiając do równania (3) wyznaczoną powyżej objętość porów otwartych V_o oraz objętość cieczy wypartej przez próbkę V_c (2), całkowitą objętość próbki V można wyrazić jako:

$$V = \frac{m_s - m_w}{d_c} + \frac{m_n - m_s}{d_c} = \frac{m_n - m_w}{d_c}. \quad (5)$$

Ostatecznie, znając już całkowitą objętość próbki V oraz jej masę m_s , można zapisać równanie pozwalające na obliczenie gęstości pozornej:

$$d_p = \frac{m_s}{V} = \frac{m_s}{m_n - m_w} \cdot d_c. \quad (6)$$

Kolejnym, istotnym parametrem, który można wyznaczyć na podstawie wyników zebranych podczas ważenia wypornościowego i pomiaru masy próbki nasączonej cieczą, jest porowatość otwarta P_o . Wyraża ona procentowy udział objętości porów otwartych V_o , odniesiony do całkowitej objętości próbki V . Opierając się zatem na wcześniej wyprowadzonych zależnościach, można zapisać, że:

$$P_o = \frac{V_o}{V} \cdot 100\% = \frac{m_n - m_s}{m_n - m_w} \cdot 100\%. \quad (7)$$

Jeśli znana jest gęstość rzeczywista d badanego materiału (materiału niezawierającego porów), to można obliczyć również porowatość całkowitą P_c . Wyraża ona procentowy stosunek sumarycznej objętości porów otwartych i zamkniętych ($V_p = V_o + V_z$), zawartych w próbce badanego materiału, do całkowitej objętości próbki:

$$P_c = \frac{V_p}{V} \cdot 100\%. \quad (8)$$

Całkowitą objętość porów można obliczyć, przyjmując, że pory znajdujące się w materiale są nieważkie (ich masa jest znikomo mała). Oznacza to, że masa próbki zawierającej pory i masa próbki litej – bez porów, są praktycznie takie same. Opierając się na tym przybliżeniu i wyrażając V_p poprzez różnicę objętości całkowitej próbki V i objętości litego (bezprowatego) materiału wypełniającego próbkę V_{lit} , można zapisać, że:

$$V_p = V - V_{lit} = \frac{m_s}{d_p} - \frac{m_s}{d}. \quad (9)$$

Na tej podstawie P_c , można więc wyrazić jako:

$$P_c = \frac{V_p}{V} \cdot 100\% = \left(\frac{m_s}{d_p} - \frac{m_s}{d} \right) \cdot \frac{d_p}{m_s} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{d_p}{d} \right) \cdot 100\%, \quad (10)$$

a znając już wartość P_c , można również obliczyć porowatość zamkniętą:

$$P_z = P_c - P_o. \quad (11)$$

Stosunek d_p/d , w równaniu (10), nazywany jest gęstością względną d_w i zwykle wyrażany jest w procentach:

$$d_w = \frac{d_p}{d} \cdot 100 \%. \quad (12)$$

Gęstość względna jest więc kolejnym użytecznym parametrem. Informuje nas ona o odstępstwie w gęstości badanego materiału od gęstości materiału litego – całkowicie zagęszczonego (nie zawierającego porów).

Łącząc wyrażenia (10) i (12), można więc jeszcze zapisać związek między porowatością całkowitą a gęstością względną w postaci:

$$P_c = 100 \% - d_w. \quad (13)$$

Gęstość rzeczywista materiału d , która jest niezbędna do obliczenia porowatości całkowitej P_c , powinna zostać wyznaczona niezależnymi metodami doświadczalnymi albo symulacyjnymi. Jedną z klasycznych metod doświadczalnych, służących do wyznaczania gęstości rzeczywistej, jest metoda piknometryczna. Została ona opisana w skrypcie: „Laboratorium z nauki o materiałach” [1].

4. Opis wykonania ćwiczenia

Pomiary służące do wyznaczania gęstości pozornej i porowatości otwartej, należy przeprowadzić zgodnie z przedstawionym poniżej schematem postępowania:

- a) Wysuszone do stałej masy próbki badanego materiału, należy zważyć na wadze analitycznej, wyznaczając tym samym masę m_s . Sposób obsługi wagi analitycznej, wykorzystywanej podczas ćwiczenia, zademonstruje prowadzący.
- b) Zważone próbki należy umieścić w naczyniu do gotowania i stopniowo zalewać wodą destylowaną. Ostatecznie poziom wody w naczyniu powinien zapewniać całkowite zanurzenie próbek, a przykrywająca je warstwa wody powinna mieć wysokość około 0,5–1 cm.
- c) Wodę z próbkami należy zagotować, a stan łagodnego wrzenia utrzymywać przez około 30 min. Czas ten zależy od rodzaju badanego materiału i prowadzący ćwiczenie, w miarę potrzeby, może go wydłużyć lub skrócić.
- d) Po upływie ustalonego czasu, naczynie z próbkami należy ostrożnie przenieść do kuwety z zimną wodą i wstępnie schłodzić. Wodę w kuwecie można, co jakiś czas, wymieniać tak, aby zintensyfikować chłodzenie.
- e) Bezpośrednio przed przystąpieniem do ważenia wypornościowego, schłodzone próbki należy przenieść pęsetą z naczynia do gotowania do szerokiej zlewki z wodą destylowaną. Następnie zlewkę z próbkami umieścić w stelażu pod wagą na podstawce z regulacją wysokości.
- f) Szalkę do ważenia wypornościowego należy zawiesić na przystosowanym do tego celu haku, zlokalizowanym w spodzie wagi.
- g) Następnie, należy wyregulować wysokość podstawki z umieszczonym na niej krystalizatorem tak, aby koszyk w podwieszanej szalce, zanurzony był w wodzie. Koszyk powinien znajdować się pod wodą na takiej głębokości, aby w trakcie pomiarów, układane na nim próbki, były również zanurzone całkowicie w wodzie.

- h) Po upewnieniu się, że na koszyku i części szalki znajdującej się pod wodą nie znajdują się pęcherzyki powietrza, można przystąpić do ważenia wypornościowego i wyznaczenia masy m_w .
- i) Przed każdym kolejnym pomiarem wagę należy wyzerować, a po pomiarze i usunięciu próbki z szalki, sprawdzić, czy waga nadal wskazuje „zero”. Jeśli po pomiarze wskazanie wagi odbiega od zera, to taki pomiar należy powtórzyć. Próbki po ważeniu można pozostawić w krystalizatorze, zapobiega to zmianie wysokości cieczy w naczyniu.
- j) W trakcie ważenia, należy zwracać uwagę na to, czy próbki są całkowicie przykryte warstwą wody, i czy koszyk, bądź szalka, nie stykają się ze ścianką lub dnem krystalizatora.
- k) Po zważeniu całej partii próbek należy zmierzyć temperaturę wody w krystalizatorze.

Dalsze czynności i pomiary będą służyć do wyznaczenia porowatości otwartej. Należy je przeprowadzić niezwłocznie po ważeniu wypornościowym, według poniższego schematu postępowania:

- l) Krystalizator z próbkami zamurzonymi w wodzie należy wyjąć ze stelaża do ważenia wypornościowego i zdemontować szalkę z koszykiem.
- m) Przed przystąpieniem do ważenia, sprawdzić, czy waga analityczna wskazuje „zero”.
- n) Następnie, kolejne próbki należy wyjmować pęsetą z krystalizatora, usuwać z nich nadmiar wody przy pomocy zwilżonej tkaniny i niezwłocznie ważyć na górnej szalce wagi analitycznej.
- o) W ten sposób należy wyznaczyć masy kolejnych próbek nasączonych wodą m_n .

Przedstawiony sposób wykonania pomiaru gęstości pozornej i porowatości otwartej, został dostosowany do specyfiki ćwiczeń realizowanych w laboratorium studenckim. Podczas pomiarów prowadzonych w laboratoriach przemysłowych czy badawczych, pewne elementy postępowania mogą się różnić i są szczegółowo określone przez odpowiednie normy [6–10].

5. Opracowanie wyników i dyskusja błędów

5.1. Zestawienie wyników pomiarów i obliczeń

Uzyskane w trakcie ćwiczenia wyniki pomiarów należy zestawić w formie tabelarycznej. Przykład takiego zestawienia przedstawia tabela 1.

Tabela 1. Zestawienie wyników pomiarów masy i obliczonych wartości gęstości pozornej i porowatości otwartej dla kolejnych próbek poddanych badaniom

Oznaczenie próbki	Masa próbki suchej m_s , g	Masa próbki ważonej w wodzie m_w , g	Masa próbki nasączonej wodą m_n , g	Gęstość pozorna d_p , g/cm ³	Porowatość otwarta P_o , %
1					
2					
...					

Na podstawie zebranych wyników pomiarów dla kolejnych próbek, należy wyznaczyć:

- gęstość pozorną d_p , na podstawie równania (6) i wartości gęstości wody d_c odczytanej z tabeli 3 dla temperatury pomiaru;
- porowatość otwartą P_o , na podstawie równania (7).

Uzyskane w ten sposób wartości d_p i P_o wpisać do tabeli 1.

Jeśli znany jest skład fazowy badanego materiału oraz jego gęstość rzeczywista d , to dla kolejnych próbek należy obliczyć gęstość względną d_w i porowatość całkowitą P_c . Wartości gęstości rzeczywistej dla wielu materiałów zostały zestawione w tabeli 2 (str. 10).

5.2. Szacowanie dokładności pomiaru gęstości pozornej i porowatości otwartej

W celu oszacowania dokładności z jaką wyznaczone zostały wartości gęstości pozornej i porowatości otwartej, należy na wstępie zastanowić się nad możliwymi źródłami błędów systematycznych. Błędy takie mogą wynikać z niedokładności wykorzystywanych w pomiarach przyrządów oraz z czynników zewnętrznych zakłócających pomiar. W przypadku ważenia wypornościowego, błąd systematyczny, z pewnością mógłby więc wynikać z obecności pęcherzyków powietrza „przyklejonych” do powierzchni próbki bądź szalki z koszyczkiem. To źródło błędu zostało jednak wyeliminowane (pomiaru zostały wykonane starannie, zgodnie ze wskazówkami zawartymi w punkcie 4 tej instrukcji). Błąd systematyczny spowodowany jest również obecnością siły wyporu powietrza. Przeprowadzona w trakcie ćwiczeń analiza (jakie są **wnioski ilościowe** z przeprowadzonej analizy?), wskazuje jednak, że czynnik ten w przypadku próbek badanego materiału, nie wpływa na odczytane z wyświetlacza zastosowanej w ćwiczeniu wagi, wartości masy. Głównym źródłem błędu systematycznego jest więc dokładność wagi (jakie mogą być jeszcze inne źródła błędów systematycznych?) i do niej ograniczamy dalszą analizę.

Zarówno gęstość pozorna jak i porowatość otwarta zostały wyznaczone na podstawie wartości uzyskanych z kolejnych pomiarów masy (pomiarów pośrednich), których wyniki były od siebie niezależne. W takim przypadku do oszacowania błędu systematycznego – niepewności typu B, wynikającej z dokładności wykorzystywanej wagi, można wykorzystać ogólną regułę przenoszenia niepewności pomiarowych [11]. Dla wielkości nieskorelowanych (kolejnych mas wyznaczanych niezależnie oraz gęstości wody odczytanej w tablic), należy więc obliczyć pochodne cząstkowe i skorzystać z reguły kwadratowego przenoszenia błędów.

W przypadku szacowania niepewności dla oznaczenia gęstości pozornej d_p na podstawie równania (6), regułę tę można zapisać w postaci:

$$\delta d_p = \left[\left(\frac{\partial d_p}{\partial m_s} \cdot \delta m_s \right)^2 + \left(\frac{\partial d_p}{\partial d_c} \cdot \delta d_c \right)^2 + \left(\frac{\partial d_p}{\partial m_n} \cdot \delta m_n \right)^2 + \left(\frac{\partial d_p}{\partial m_w} \cdot \delta m_w \right)^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

i po obliczeniu kolejnych pochodnych cząstkowych, jako:

$$\delta d_p = \left[\left(\frac{d_c}{m_n - m_w} \cdot \delta m_s \right)^2 + \left(\frac{m_s}{m_n - m_w} \cdot \delta d_c \right)^2 + \left(\frac{m_s d_c}{(m_n - m_w)^2} \cdot \delta m_n \right)^2 + \left(\frac{m_s d_c}{(m_n - m_w)^2} \cdot \delta m_w \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

Analogiczne równania należy zapisać w celu określenia niepewności dla oznaczenia porowatości otwartej P_o z równania (7):

$$\delta P_o = \left[\left(\frac{\partial P_o}{\partial m_n} \cdot \delta m_n \right)^2 + \left(\frac{\partial P_o}{\partial m_s} \cdot \delta m_s \right)^2 + \left(\frac{\partial P_o}{\partial m_w} \cdot \delta m_w \right)^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

i po obliczeniu kolejnych pochodnych:

$$\delta P_o = \left[\left(\frac{m_s - m_w}{(m_n - m_w)^2} \cdot \delta m_n \right)^2 + \left(\frac{1}{m_w - m_n} \cdot \delta m_s \right)^2 + \left(\frac{m_n - m_s}{(m_n - m_w)^2} \cdot \delta m_w \right)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

W celu obliczenia wartości, tak określonych niepewności (równania (15) i (17)), należy za kolejne masy: m_s , m_n , m_w podstawić wartości uzyskane dla jednego z oznaczeń, za d_c wartość gęstości wody odczytaną z tablic (dla zmierzonej temperatury pomiaru). Niepewności wyznaczenia masy: δm_s , δm_n , δm_w , są sobie równe i można je ustalić na podstawie dokładności wagi. Dla wagi stosowanej podczas ćwiczenia, dokładność pomiarów wynosi 0,001 g, zatem $\delta m = 0,001/\sqrt{3}$. W przypadku wartości tablicowych przyjmuje się, że za niepewność (o ile nie jest ona podana), można przyjąć dziesięciokrotność najmniej znaczącej pozycji odczytanej z tablic. Ponieważ gęstość wody zapisana jest w tabeli 3 w kg/m^3 , przed ustaleniem niepewności należy ją przeliczyć na g/cm^3 . *Przykładowo*: odczytana z tabeli gęstość d_c w temperaturze 22,10 °C, po przeliczeniu wynosi 0,997 75 g/cm^3 , zatem $\delta d_c = 10 \cdot 0,000 05 \text{ g}/\text{cm}^3 = 0,0005 \text{ g}/\text{cm}^3$.

Oszacowanie niepewności pomiaru, wynikającej z dokładności wykorzystywanego podczas ćwiczenia sprzętu, może stanowić pierwszy etap analizy uzyskanych wyników doświadczenia. W praktyce, postępowanie to ma duże znaczenie przede wszystkim na etapie wstępnym, podczas projektowania eksperymentu. Dobór wyposażenia pomiarowego o wystarczającej dokładności i zminimalizowanie wpływu czynników zakłócających pomiar, powinno umożliwić obniżenie niepewności systematycznych poniżej spodziewanej niepewności przypadkowej serii pomiarów.

Ponieważ w trakcie ćwiczenia wartości gęstości pozornej i porowatości otwartej zostały wyznaczone dla kilku próbek pobranych z analizowanego materiału, to metodami statystycznymi może zostać oszacowana również niepewność przypadkowa. W tym celu, na podstawie zebranych w tabeli 1, kolejnych wartości d_p i P_o , wyznaczonych dla poszczególnych próbek, należy obliczyć wartości średnie \bar{d}_p i \bar{P}_o .

Następnie, zarówno dla wyników gęstości pozornej jak i porowatości otwartej, należy wyznaczyć odchylenie standardowe próby σ_x :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}, \quad (18)$$

i odchylenie standardowe wartości średniej $\sigma_{\bar{x}}$:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad (19)$$

przy czym x_i , w powyższych równaniach, oznacza kolejne wartości d_p albo P_o dla n badanych próbek, a \bar{x} wartości średnie \bar{d}_p albo \bar{P}_o .

Obliczone wartości $\sigma_{\bar{x}}$ dla gęstości pozornej i porowatości otwartej należy następnie wykorzystać do skonstruowania przedziałów ufności:

$$\bar{x} \pm t \cdot \sigma_{\bar{x}}, \quad (20)$$

a wartość parametru t należy odszukać w tabeli 4 dla $n - 1$ stopni swobody i poziomu istotności $\alpha = 0,05$.

Koncepcja wykorzystana do oszacowania niepewności przypadkowej w oparciu o przedział ufności wartości średniej wyznaczonej z serii pomiarów, została szerzej omówiona w instrukcji do *Ćwiczenia 1*.

Porównując niepewność systematyczną, uzyskaną na podstawie klasycznego rachunku błędów, z niepewnością przypadkową, wynikającą z naturalnego rozrzutu mierzonych wartości, można zatem ocenić, czy zastosowana w ćwiczeniu metoda doświadczalna i wykorzystany sprzęt pomiarowy, pozwalają na uzyskanie dokładnych wyników pomiarów gęstości pozornej i porowatości otwartej.

6. Sprawozdanie

Sprawozdanie z wykonania ćwiczenia laboratoryjnego powinno zostać sporządzone w zeszycie laboratoryjnym. Oprócz standardowych elementów: tytułu, daty wykonania ćwiczenia oraz celu ćwiczenia, powinno zawierać również:

1. krótką charakterystykę badanego materiału (nazwa materiału, postać próbek, kształt, barwa, rodzaj powierzchni, itp.),
2. zestawienie wyników kolejnych ważeń dla wszystkich badanych próbek (tabela 1),
3. obliczone wartości gęstości pozornej i porowatości otwartej dla wszystkich próbek (tabela 1),
4. analizę ilościową wpływu siły wyporu powietrza na wartość masy wyznaczaną podczas ważenia,
5. oszacowanie niepewności systematycznej i przypadkowej dla gęstości pozornej i porowatości otwartej,
6. wartości średnie gęstości pozornej i porowatości wraz z przedziałami ufności,
7. obliczoną średnią gęstość względną i porowatość całkowitą – jeśli znana jest gęstość rzeczywista próbek analizowanego materiału,
8. krótką dyskusję uzyskanych rezultatów pomiarów i wykonanych obliczeń.

7. Przykładowe pytania i zadania do dyskusji

1. Według jakich kryteriów należy dobierać rodzaj cieczy do oznaczania gęstości pozornej metodą wypornościową?
2. Czy podczas pomiarów wypornościowych, poziom cieczy w naczyniu ma wpływ na wynik pomiaru?
3. Obliczyć gęstość teoretyczną miedzi, której komórka elementarna ma budowę regularną płasko centrowaną o stałej sieciowej $3,6153 \text{ \AA}$, wiedząc, że masa atomowa miedzi wynosi $63,54 \text{ u}$, a liczba Avogadro $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$.
4. Do miedzi posiadającej sieć krystaliczną płasko centrowaną wprowadzono pewną ilość niklu. Obliczyć stosunek liczby atomów niklu do miedzi wiedząc, że nikiel, posiadający regularną płasko centrowaną sieć krystaliczną utworzył z miedzią stop o gęstości $8,9478 \text{ g/cm}^3$ i o stałej sieciowej $3,5806 \text{ \AA}$.
5. Tarcza szlifierska zawiera 70 % obj. Al_2O_3 , 10 % obj. lepiszcza (fazy wiążącej ziarna Al_2O_3) i 20 % obj. porów. Oblicz gęstość pozorną ściernicy, jeżeli lepiszczem jest żywica fenolowa o gęstości rzeczywistej $1,28 \text{ g/cm}^3$, a gęstość rzeczywista Al_2O_3 wynosi $3,965 \text{ g/cm}^3$. Ponieważ żywica fenolowa nie reaguje z Al_2O_3 , można zastosować prawo addytywności.

8. Literatura uzupełniająca

- [1] J. Lis, red.: *Laboratorium z nauki o materiałach*, Skrypty Uczelniane: 1662. Wydawnictwa AGH, Kraków, 2000.
- [2] R. Pampuch: *Materiały Ceramiczne*, PWN, Warszawa, 1988. ISBN: 83-01-07268-7.
- [3] R. Pampuch, K. Haberko, M. Kordek: *Nauka o procesach ceramicznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1992. ISBN: 83-01-10415-5.
- [4] R. Pampuch: *Budowa i właściwości materiałów ceramicznych*, Wydawnictwa AGH, Kraków, 1995.
- [5] Z. Bojarski, M. Gigla, K. Stróż, M. Surowiec: *Krystalografia*, wyd. 3. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2007. ISBN: 978-83-01-4704-4.
- [6] PN-EN 623-2:2001. *Techniczna ceramika zaawansowana – Ceramika monolityczna – Właściwości ogólne i strukturalne – Część 2: Oznaczanie gęstości i porowatości.*
- [7] PN-EN 1389:2005. *Techniczna ceramika zaawansowana – Kompozyty ceramiczne – Właściwości fizyczne – Oznaczanie gęstości i porowatości otwartej.*
- [8] PN-EN ISO 10545-3:2018-05. *Płytki i płyty ceramiczne – Część 3: Oznaczanie nasiąkliwości wodnej, porowatości otwartej, gęstości względnej pozornej oraz gęstości całkowitej.*
- [9] PN-EN 1094-4:1998. *Materiały ogniotrwałe – Metody badań izolacyjnych wyrobów ogniotrwałych – Oznaczanie gęstości pozornej i porowatości całkowitej.*
- [10] PN-EN 993-1:2019-01. *Metody badań zwartych formowanych wyrobów ogniotrwałych – Część 1: Oznaczanie gęstości pozornej, porowatości otwartej i całkowitej.*
- [11] J. R. Taylor: *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2019. ISBN: 978-83-01-12876-0.

Tablice

Tabela 2. Gęstość wybranych materiałów (na podst.: W. Martienssen, H. Warlimont. „*Springer Handbook of Condensed Matter and Materials Data*”. Berlin 2005. doi.org/10.1007/3-540-30437-1)

Material	Gęstość kg/m ³	Material	Gęstość kg/m ³
Pierwiastki chemiczne		Materiały metaliczne	
Ag	10 500	stopy aluminium	2600–2850
Al	2700	stopy metali szlachetnych (Ag, Cu)	9400–15 960
Au	19 300	stopy platyny	19 200–21 600
C (diament)	3513	stopy tytanu	4430–4940
C (grafit)	2266	stopy ołowiu	8410–11 340
Cu	8960	stal żaroodporna	7900–8000
Fe	7860	stal nierdzewna	7700–7800
Hg (25 °C)	13 530	nierdzewna stal austenityczna	7900–8020
Mg	1740		
Pb	11 400		
Pt	21 400		
Si	2330		
Sn (β-Sn)	7300		
Ti	4500		
W	19 300		
Zn	7140		
Materiały ceramiczne		Materiały polimerowe	
α-Al ₂ O ₃ (trygonalny, korund, szafir)	3987	polietylen, HDPE	940–960
α-ZrO ₂ (jednoskośny, baddeleit)	5850	polietylen, LDPE	910–920
β-SiO ₂ (trygonalny, kwarc β)	2650	polipropylen, PP	900–920
HfB ₂	11 190	polistyren, PS	1050
TaB ₂	12 540	terpolimer akrylonitrylo-butadieno-styrenowy, ABS	1030–1070
TiB ₂	4520	poli(chlorek winylu), PVC-U	1380–1400
B ₄ C	2512	politetrafluoroetylen, PTFE (teflon)	2130–2230
HfC	12 670	poli(metakrylan metylu), PMMA	1170–1190
NbC	7820	poliamid 6, PA6	1120–1140
SiC (6H-SiC)	3214	poli(tereftalan etylenu), PET	1330–1350
TaC	14 800	poliuretan, PUR	1050
WC	15 630	polilaktyd, PLA	1210–1430
AlN	3050	polikaprolakton, PCL	1145
h-BN (heksagonalny)	2250	drewno	450–750
β-Si ₃ N ₄ (heksagonalny)	3170		
TaN	13 800		
TiN	5430		
porcelana	2000–2500		
szkło sodowo-wapniowe	2400–2800		
szkło ołowiowe	3010		

Tabela 3. Gęstość wody w kg/m^3 w zakresie temperatury $0\text{--}39,9^\circ\text{C}$, (na podst.: P. H. Bigg, *Density of water in SI units over the range $0\text{--}40^\circ\text{C}$* . 1967, British Journal of Applied Physics, 18(4), s. 521–525, [doi:10.1088/0508-3443/18/4/315](https://doi.org/10.1088/0508-3443/18/4/315))

$^\circ\text{C}$	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
0	999,84	999,85	999,85	999,86	999,87	999,87	999,88	999,88	999,89	999,89
1	999,90	999,90	999,91	999,91	999,92	999,92	999,93	999,93	999,93	999,94
2	999,94	999,94	999,95	999,95	999,95	999,95	999,96	999,96	999,96	999,96
3	999,96	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97
4	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97	999,97
5	999,96	999,96	999,96	999,96	999,96	999,95	999,95	999,95	999,95	999,94
6	999,94	999,94	999,93	999,93	999,93	999,92	999,92	999,91	999,91	999,91
7	999,90	999,90	999,89	999,89	999,88	999,88	999,87	999,87	999,86	999,85
8	999,85	999,84	999,84	999,83	999,82	999,82	999,81	999,80	999,80	999,79
9	999,78	999,77	999,77	999,76	999,75	999,74	999,73	999,72	999,72	999,71
10	999,70	999,69	999,68	999,67	999,66	999,65	999,64	999,63	999,62	999,61
11	999,60	999,59	999,58	999,57	999,56	999,55	999,54	999,53	999,52	999,51
12	999,50	999,49	999,47	999,46	999,45	999,44	999,43	999,41	999,40	999,39
13	999,38	999,36	999,35	999,34	999,32	999,31	999,30	999,28	999,27	999,26
14	999,24	999,23	999,22	999,20	999,19	999,17	999,16	999,14	999,13	999,11
15	999,10	999,08	999,07	999,05	999,04	999,02	999,01	998,99	998,97	998,96
16	998,94	998,93	998,91	998,89	998,88	998,86	998,84	998,83	998,81	998,79
17	998,77	998,76	998,74	998,72	998,70	998,69	998,67	998,65	998,63	998,61
18	998,59	998,58	998,56	998,54	998,52	998,50	998,48	998,46	998,44	998,42
19	998,40	998,38	998,37	998,35	998,33	998,31	998,29	998,26	998,24	998,22
20	998,20	998,18	998,16	998,14	998,12	998,10	998,08	998,06	998,04	998,01
21	997,99	997,97	997,95	997,93	997,90	997,88	997,86	997,84	997,82	997,79
22	997,77	997,75	997,72	997,70	997,68	997,66	997,63	997,61	997,59	997,56
23	997,54	997,51	997,49	997,47	997,44	997,42	997,39	997,37	997,35	997,32
24	997,30	997,27	997,25	997,22	997,20	997,17	997,15	997,12	997,10	997,07
25	997,05	997,02	996,99	996,97	996,94	996,92	996,89	996,86	996,84	996,81
26	996,78	996,76	996,73	996,70	996,68	996,65	996,62	996,60	996,57	996,54
27	996,51	996,49	996,46	996,43	996,40	996,38	996,35	996,32	996,29	996,26
28	996,23	996,21	996,18	996,15	996,12	996,09	996,06	996,03	996,00	995,97
29	995,95	995,92	995,89	995,86	995,83	995,80	995,77	995,74	995,71	995,68
30	995,65	995,62	995,59	995,56	995,53	995,50	995,47	995,43	995,40	995,37
31	995,34	995,31	995,28	995,25	995,22	995,19	995,15	995,12	995,09	995,06
32	995,03	995,00	994,96	994,93	994,90	994,87	994,83	994,80	994,77	994,74
33	994,70	994,67	994,64	994,61	994,57	994,54	994,51	994,47	994,44	994,41
34	994,37	994,34	994,31	994,27	994,24	994,20	994,17	994,14	994,10	994,07
35	994,03	994,00	993,96	993,93	993,89	993,86	993,83	993,79	993,76	993,72
36	993,69	993,65	993,61	993,58	993,54	993,51	993,47	993,44	993,40	993,37
37	993,33	993,29	993,26	993,22	993,19	993,15	993,11	993,08	993,04	993,00
38	992,97	992,93	992,89	992,86	992,82	992,78	992,75	992,71	992,67	992,63
39	992,60	992,56	992,52	992,48	992,45	992,41	992,37	992,33	992,29	992,26

Tabela 4. Wartości parametru $t_{r,\alpha}$ dla rozkładu Studenta

r	α				
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
1	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
31	1,3095	1,6955	2,0395	2,4528	2,7440
32	1,3086	1,6939	2,0369	2,4487	2,7385
33	1,3077	1,6924	2,0345	2,4448	2,7333
34	1,3070	1,6909	2,0322	2,4411	2,7284
35	1,3062	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238
36	1,3055	1,6883	2,0281	2,4345	2,7195
37	1,3049	1,6871	2,0262	2,4314	2,7154
38	1,3042	1,6860	2,0244	2,4286	2,7116
39	1,3036	1,6849	2,0227	2,4258	2,7079
40	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045
41	1,3025	1,6829	2,0195	2,4208	2,7012
42	1,3020	1,6820	2,0181	2,4185	2,6981
43	1,3016	1,6811	2,0167	2,4163	2,6951
44	1,3011	1,6802	2,0154	2,4141	2,6923
45	1,3006	1,6794	2,0141	2,4121	2,6896
46	1,3002	1,6787	2,0129	2,4102	2,6870
47	1,2998	1,6779	2,0117	2,4083	2,6846
48	1,2994	1,6772	2,0106	2,4066	2,6822
49	1,2991	1,6766	2,0096	2,4049	2,6800