Wydział Inżynierii Materiałowej i Ceramiki AGH

Materiały Ceramiczne

laboratorium

Ćwiczenie 6

WYZNACZANIE WLAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH TWORZYW CERAMICZNYCH

Zagadnienia do przygotowania:

- zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem dla różnego rodzaju materiałów
- prawo Hooka, stałe materiałowe;
- teoria Weibulla: moduł, założenia, wnioski;
- proof testing

Literatura:

1. Instrukcja do ćwiczenia
2. R. Pampuch „Współczesne materiały ceramiczne" AGH Uczelniane Wydawnictwa Naukowo- Dydaktyczne, Kraków 2005
3. A. R. Olszyna „Twardość a kruchość tworzyw ceramicznych" Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004

Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z statystycznym aspektem dekohezji materiałów ceramicznych. Przygotowanie próbek ceramicznych do badań wytrzymałościowych. Wyznaczenie wytrzymałości na zginanie materiału metodą . Wyznaczenie modułu Weibulla badanego materiału.

Wstęp

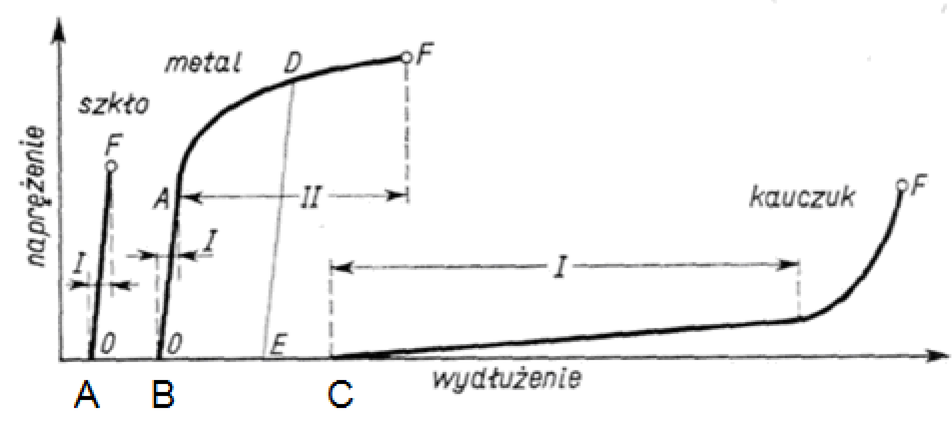
Wszystkie ciała pod wpływem przyłożonych do nich zewnętrznych sił odkształcają się. W zależności od sposobu obciążania (rozciągające, ściskające, zginające itd.) odkształcenie może mieć różną postać np. wydłużenia, skurczu czy ugięcia. W przypadku, gdy siły są niewielkie odkształcenie to jest proporcjonalne do naprężenia, a po odjęciu siły materiał wraca do pierwotnego kształtu. Takie odkształcenie nazywane jest odkształceniem sprężystym. Zależność pomiędzy odkształceniem i naprężeniem dla ciał sprężystych wyraża prawo Hooka:

$$\sigma = E\varepsilon \tag{1}$$

$$\tau = G\gamma \tag{2}$$

gdzie:
E - moduł sprężystości,
G - moduł ścinania (lub moduł sztywności),
ε – *odkształcenie normalne,*
γ – *odkształcenie styczne,*
σ – *naprężenie normalne,*
τ – *naprężenie styczne.*

Moduł sprężystości (moduł Younga) oraz **moduł ścinania** są wartościami charakterystycznymi dla danego materiału (tzw. stałe materiałowe). Podczas jednoosiowego rozciągania idealnie sprężystego izotropowego ciała stałego, obok wydłużenia wzdłuż osi działania naprężeń, występuje również skurcz poprzeczny, który stanowi składową część odkształcenia ciała. Jeśli odkształcenie w kierunku działania naprężenia równe jest ε, to odkształcenie w kierunku poprzecznym wyniesie -νε. Ujemny znak oznacza, że odkształcenia podłużne i poprzeczne mają przeciwny znak (wydłużenie i skurcz). Stała materiałowa ν jest nazywana **liczbą Poissona** i podobnie jak *E* lub *G* zależy od rodzaju i struktury ciała.



Rys. I. Zależność odkształcenia od obciążenia dla różnych rodzajów ciał stałych:
I — odkształcenie sprężyste, II — odkształcenie plastyczne

Istotne różnice między ciałami pojawiają się przy większych naprężeniach. Na Rys. I przedstawiono zależność odkształcenia od naprężenia dla rozmaitych ciał. Każdy materiał w pewnym zakresie naprężeń odkształca się w sposób sprężysty (I) i ulega dekohezji przy naprężeniu równym wytrzymałości mechanicznej materiału (F). Jeżeli ciało odkształca się sprężyście aż do jego zniszczenia, to nazywane jest ciałem kruchym (przykład A). Takie zachowanie charakteryzuje większość materiałów ceramicznych. Odkształcenie, przy którym następuje dekohezja materiału jest bardzo niewielkie. Materiały plastyczne (przykład B) odkształcają się sprężyście do pewnej wartości naprężenia (P) powyżej której następuje trwałe odkształcenie materiału (plastyczne), które nie jest proporcjonalne do wartości przyłożonego naprężenia. Przykład C pokazuje zachowanie materiału elastycznego. Przyłożenie bardzo niewielkiego obciążenia powoduje znaczne odkształcenia w zakresie odkształceń sprężystych, natomiast powyżej pewnego naprężenia zależność ta przestaje być liniowa a powstające odkształcenie jest trwałe.

Wytrzymałość teoretyczna (maksymalna) materiałów to wytrzymałość wiązań międzyatomowych na zerwanie pod wpływem obciążenia. Jest ona zatem równa pracy wykonanej na powstanie dwóch powierzchni rozdziału o nadmiarowej energii powierzchniowej γ. Wiązanie ulega zatem zerwaniu, gdy

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{E\gamma}{r_0}} \tag{3}$$

Gdzie:
σ_t- wytrzymałość teoretyczna
γ- energia powierzchniowa
r_0-równowagowa odległość międzyatomowa

Zniszczenie materiału powinno zatem nastąpić kiedy naprężenie osiągnie wartość równą wytrzymałości teoretycznej. W praktyce jednak dekohezja materiałów ceramicznych następuje dla znacznie niższych wartości naprężeń. Wynika to z obecności defektów w mikrostrukturze materiałów. Powodują one koncentrację naprężeń, które osiągają „punktowo" wartości przekraczające wytrzymałość teoretyczną materiału i prowadzą do jego kruchego pękania i dekohezji.

Wytrzymałością mechaniczną nazywa się zdolność tworzyw do wytrzymywania obciążeń bez zerwania. Wyraża się ją za pomocą siły lub naprężenia, które powodują, że tworzywo traci spoistość i ulega rozerwaniu na dwie lub więcej części.
Defekty (pęknięcia, rysy itp.) o krytycznej wielkości, czyli takie, które zapoczątkowują pękanie, nie są równomiernie rozmieszczone w całej objętości materiału. Wskutek tego wytrzymałość mechaniczna różnych próbek, pobranych z partii kształtek materiałów ceramicznych, może się zmieniać w szerokim zakresie. Wartości wytrzymałości rozkładają się w pewnym przedziale powyżej i poniżej pewnej najczęściej występującej wartości. W związku z tym przy ocenie wytrzymałości materiałów ceramicznych istotnego znaczenia nabiera analiza statystyczna aspektów dekohezji.
Najbardziej znana i najczęściej stosowana jest analiza statystyczna wykorzystująca **teorię Weibulla**.

Teoria Weibulla opiera się na następujących założeniach:

- materiał jest izotropowy , a rozkład wielkości defektów w materiale jest statystyczny
- prawdopodobieństwo znalezienia defektu o wielkości krytycznej w danej jednostkowej objętości jest dla całego materiału identyczne
- krucha dekohezja występuje wskutek rozprzestrzeniania się defektu o wielkości krytycznej
- liczba defektów w materiale jest duża

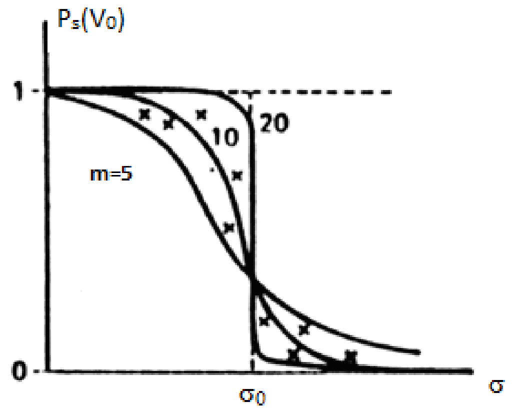
Prawdopodobieństwo kruchej dekohezji próbki o objętości V poddanej jednorodnemu naprężeniu rozciągającemu σ wyrażone jest zależnością:

$$p_f = 1 - \exp[-V_0 (\frac{\sigma_i - \sigma_u}{\sigma_0})^m] \quad (4)$$

Gdzie:

σ_0 – wielkość charakterystyczna, dla której prawdopodobieństwo przetrwania wynosi 1/e
σ_u – wielkość progowa, poniżej której nie można zniszczyć próbek
m – moduł Weibulla

Moduł Weibulla wiąże się z prawdopodobieństwem występowania defektu krytycznego a_c. Im mniejsza wartość m, tym większy jest rozrzut wartości wytrzymałości materiału. Na wykresie (Rys.2) przedstawiono prawdopodobieństwo przeżycia (P_s) próbek w funkcji naprężenia (σ), dla materiałów o różnych wartościach modułu Weibulla. Im wyższa wartość m, tym mniejszy rozrzut wytrzymałości. Dla m=∞ wykres ma charakter schodkowy. W takim przypadku wytrzymałość przestaje być wielkością statystyczną i staje się wielkością stałą. W tabeli (Tab.1) zebrano przykładowe wartości modułu Weibula dla różnych materiałów ceramicznych oraz stali.



Rys.2. Funkcja rozkładu Weibulla dla różnych wartości parametru m

Ze statystycznej teorii wytrzymałości wynika również, że wytrzymałość materiału zależy od objętości badanej próbki. Im mniejsza objętość, tym wyższa wytrzymałość. Dodatkowo można zaobserwować, że średnia wytrzymałość materiałów kruchych, oszacowana na podstawie wytrzymałości małych próbek, będzie zmniejszać się ze wzrostem liczby przebadanych próbek.
Jeżeli materiał ma mieć zastosowanie konstrukcyjne, musimy mieć pewność, że wytrzyma pewne zadane obciążenia. W związku z trudnością przewidywania wytrzymałości

mechanicznej materiałów ceramicznych na podstawie badań wytrzymałości pewnej małej liczby próbek wprowadzono inną metodę określania tych właściwości tzw. **badania próbne** (**proof testing**). Polegają one na poddaniu wszystkich kształtek ceramicznych przeznaczonych do użytkowania wstępnemu obciążeniu, wyższemu od maksymalnego przewidywanego obciążenia występującego w czasie użytkowania tych kształtek. W partii kształtek, które przeszły z powodzeniem badania próbne bez kruchego zniszczenia występuje mniejsze prawdopodobieństwo zniszczenia podczas użytkowania materiału.

Tab.1 Przykładowe wartości modułu Weibulla dla różnych materiałów

Rodzaj materiału	Moduł Weibulla m
Al_2O_3-Zr_2O_3	7
Al_2TiO_3	20
B_4C	10
SiC	10-18
Si_3N_4	10-25
Stal	50-100

WYKONANIE ĆWICZENIA

Część pierwsza:

Przygotowanie próbek do badań wytrzymałościowych.

Rozmiary próbki do badania określa norma PN-EN ISO 6872. Średnica próbki musi wynosić od 12 do 16mm, a wysokość 1,2±0,2 mm. Przygotowanie próbek do badań polega na wyprasowaniu pastylek z granulatu tlenku glinu Al_2O_3 (Nabaltec) i późniejszym ich spieczeniu. Należy naważyć 0,95 g granulatu i sprasować go pod ciśnieniem 380MPa (nacisk 10 t) w formie o średnicy 18 mm. **Po wyprasowaniu każdej pastylki należy dokładnie wyczyścić matrycę!** Należy wyprasować 10 pastylek.

Część druga:

Badania wytrzymałość na zginanie metodą dwuosiowego zginania.

Wysokość pastylki zmierzyć suwmiarką a jej średnicę śrubą mikrometryczną. Dane zanotować oraz wprowadzić do programu pomiarowego. Pastylkę umieścić centralnie w nakładce do pomiaru wytrzymałości metodą dwuosiowego zginania maszyny wytrzymałościowej (Rys.1), uruchomić pomiar. UWAGA! Pierwszy pomiar wykonuje prowadzący zajęcia. Po zakończeniu pomiaru zanotować siłę, przy której nastąpiło zniszczenie próbki.

OPRACOWANIE WYNIKÓW:

1. Obliczenie wytrzymałości pastylek.

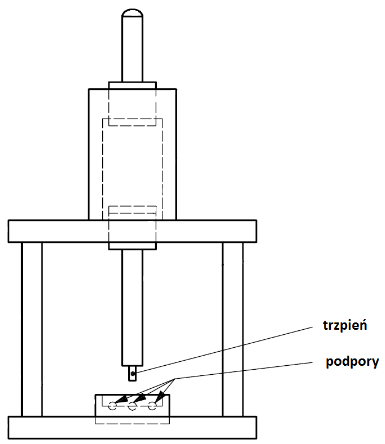
Wytrzymałość pastylek należy obliczyć korzystając z poniższego wzoru:

$$\sigma = \frac{-0,2387F(X-Y)}{b^2} \quad \text{[MPa]} \qquad (5)$$

F- siła [N]
b- grubość pastylki [mm]

$$X = (1+\nu)\ln(\frac{r_2}{r_3})^2 + \frac{1-\nu}{2}(\frac{r_2}{r_3})^2$$
$$\text{[b.w.]} \qquad (6)$$
$$Y = (1-\nu)[1+\ln(\frac{r_1}{r_3})^2] + (1-\nu)(\frac{r_1}{r_3})^2$$

r_1- rozstaw podpory =5 mm
r_2- promień trzpienia =0,7 mm
r_3- promień pastylki [mm]
v- liczba Poissona (przyjąć v= 0,25)



Rys.3 Schemat nakładki do mierzenia wytrzymałości
na zginanie metodą dwuosiowego zginania

2. Wyznaczenie modułu Weibulla:

Wytrzymałości uszeregować rosnąco i podzielić je na 8 jednakowych przedziałów. Szerokość przedziału wytrzymałości wyznaczyć na podstawie wzoru:

$$przedz = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{8} \qquad (7)$$

Wyznaczyć granicę górną i granicę dolną dla każdego z przedziałów.
Wyznaczyć wartość środkową (σ_i) dla każdego przedziału korzystając z równania:

(σ_i) = granica dolna + 0,5 (granica górna - granica dolna) (8)

Policzyć liczebność poszczególnych przedziałów, a następnie prawdopodobieństwo dla danego przedziału:

$$p(\sigma_i) = \frac{n_i}{n_{cakowita}} \tag{9}$$

n_i – liczba próbek w danym przedziale
$n_{całkowita}$ – całkowita liczba próbek
Następnie sporządzić wykres dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa (p_f) w funkcji znormalizowanej wytrzymałości (x). Znormalizowaną wartość x wyznaczyć na podstawie zależności:

$$x = \frac{\sigma_i - \sigma_u}{\sigma_0} \tag{10}$$

gdzie:

σ_i - wartość środkowa wytrzymałości w danym przedziale

σ_u - przyjęte jako 0

σ_0 - średnia ważona wytrzymałości

Prawdopodobieństwo p_f policzyć ze wzoru:

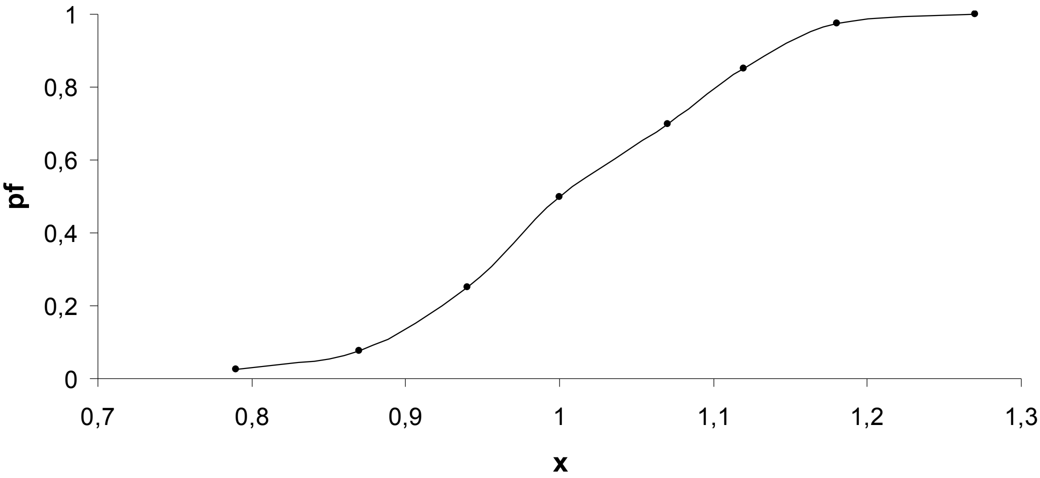
$$p_f = \sum_1^i p(\sigma_i) \tag{11}$$

Powyższe wyniki zebrać w tabeli:

Tab.2 Przedziały wytrzymałości

Nr przedziału	**Granica dolna [MPa]**	**Granica górna [MPa]**	**σ_i [MPa]**	**n_i**	**p (σ_i)**	**p_f**	**x**
1							
….							
8							

Przykładowy wykres dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa przedstawiono na Rys.4.



Rys.4 Wykres dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa(p_f) w funkcji znormalizowanej wytrzymałości (x)

W celu wyznaczenie modułu Weibulla należy sporządzić wykres prawdopodobieństwa Weibulla. Aby otrzymać wykres należy podwójnie logarytmować równanie:

$$p_f = 1 - \exp[-V_0(\frac{\sigma_i - \sigma_u}{\sigma_0})^m] \tag{12}$$

przy założeniu V_0=1 i $\sigma_u = 0$ po pierwszym logarytmowaniu otrzymujemy zależność:

$$\ln(\frac{1}{1-p_f}) = (\frac{\sigma_i}{\sigma_0})^m \tag{13}$$

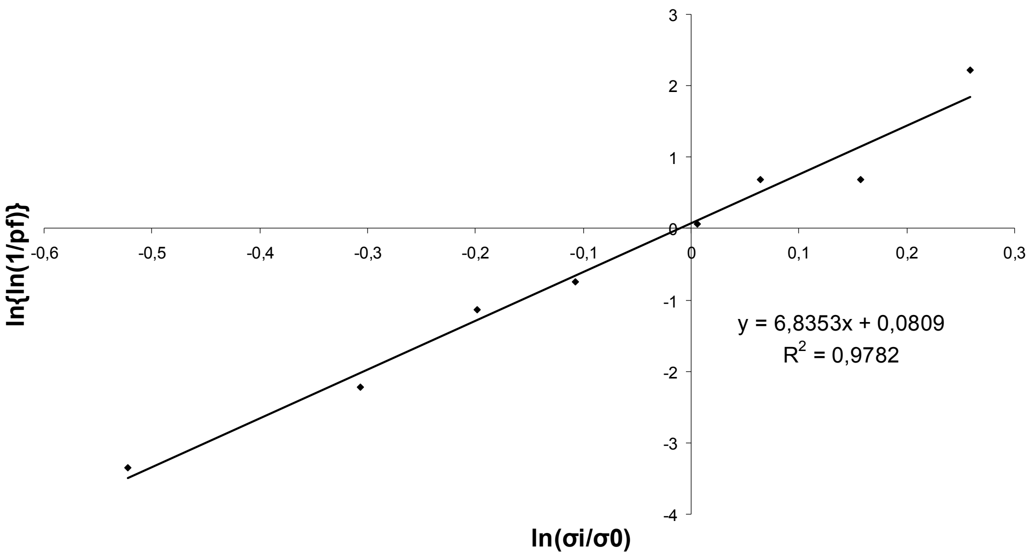
Po kolejnym logarytmowaniu otrzymujemy końcową zależność

$$\ln\{\ln(\frac{1}{1-p_f})\} = m \cdot \ln(\frac{\sigma_i}{\sigma_0}) \tag{14}$$

Do otrzymanego wykresu $\ln\{\ln(\frac{1}{1-p_f})\}$ w funkcji $\ln(\frac{\sigma_i}{\sigma_0})$ (przykład Rys.5) dopasować krzywą regresji o wzorze ogólnym

y=ax+b (15)

Parametr *m* jest równy wartości stałej *a* z równania dopasowanej prostej.



Rys.5 Wykres prawdopodobieństwa Weibulla, wartość parametru m= 6,8

SPRAWOZDANIE

Sprawozdanie powinno zawierać następujące informacje:

1) Cel ćwiczenia
2) Opis wykonania ćwiczenia
3) Tabelę zawierającą zmierzoną średnicę, wysokość i siłę powodującą pękanie oraz wyliczoną wytrzymałość
4) Średnią wytrzymałość wraz z odchyleniem standardowym
5) Uzupełnioną Tab.2 z instrukcji ćwiczenia
6) Wykres dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa (p_f) w funkcji znormalizowanej wytrzymałości x
7) Tabelę zawierającą dane niezbędne do wyznaczenia wykresu prawdopodobieństwa Weibulla ($\ln\{\ln(\frac{1}{1-p_f})\}$; $\ln(\frac{\sigma_i}{\sigma_0})$)
8) Wykres prawdopodobieństwa Weibulla ($\ln\{\ln(\frac{1}{1-p_f})\}$ od $\ln(\frac{\sigma_i}{\sigma_0})$)
9) Wyznaczoną wartość parametru m
10) Dyskusja wyników

UWAGA!

Na zajęcia można przynieść własne komputery w celu usprawnienia wykonywania obliczeń