Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie
AGH University of Science
and Technology
AGH

# Inżynieria Chemiczna

# Transport masy i ciepła

dr hab. inż. Agnieszka Gubernat, prof. AGH
gubernat@agh.edu.pl
p.1.14; budynek B8

Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

AGH University of Science
and Technology

AGH

# WYMIANA CIEPŁA

# PLAN WYKŁADÓW

1. Wprowadzenie, podstawowe zasady , podstawowe zasady technologii chemicznej, schemat procesowy
2. Termodynamika procesów, energia, ciepło
3. Źródła energii, spalanie i właściwości paliw, niekonwencjonalne źródła energii
4. Temperatura, zerowa i trzecia zasada termodynamiki, entropia, termodynamiczna definicja temperatury,
5. Termometria, pomiary temperatury,
6. Suszenie i suszarnie,
7. Przepływ ciepła, mechanizmy wymiany ciepła, stałe materiałowe
8. Płyny, statyka, dynamika, równanie ciągłości strugi, prawo Bernouliego
9. Opory przepływu, filtracja, opadanie cząstek w płynach, sedymentacja,
10. Pomiary prędkości i natężenia przepływu,
11. Homogenizacja zawiesin, ocena jednorodności,
12. Segregacja hydrauliczna, odpylanie i oczyszczanie gazów.
13. Reologia, modele reologiczne, zawiesiny i pasty,
14. Rozdrabnianie ciał stałych, klasyfikacja ziarnowa, metodyka pomiaru rozkładu i wielkości ziaren,

# WYMIANA (TRANSPORT) CIEPŁA

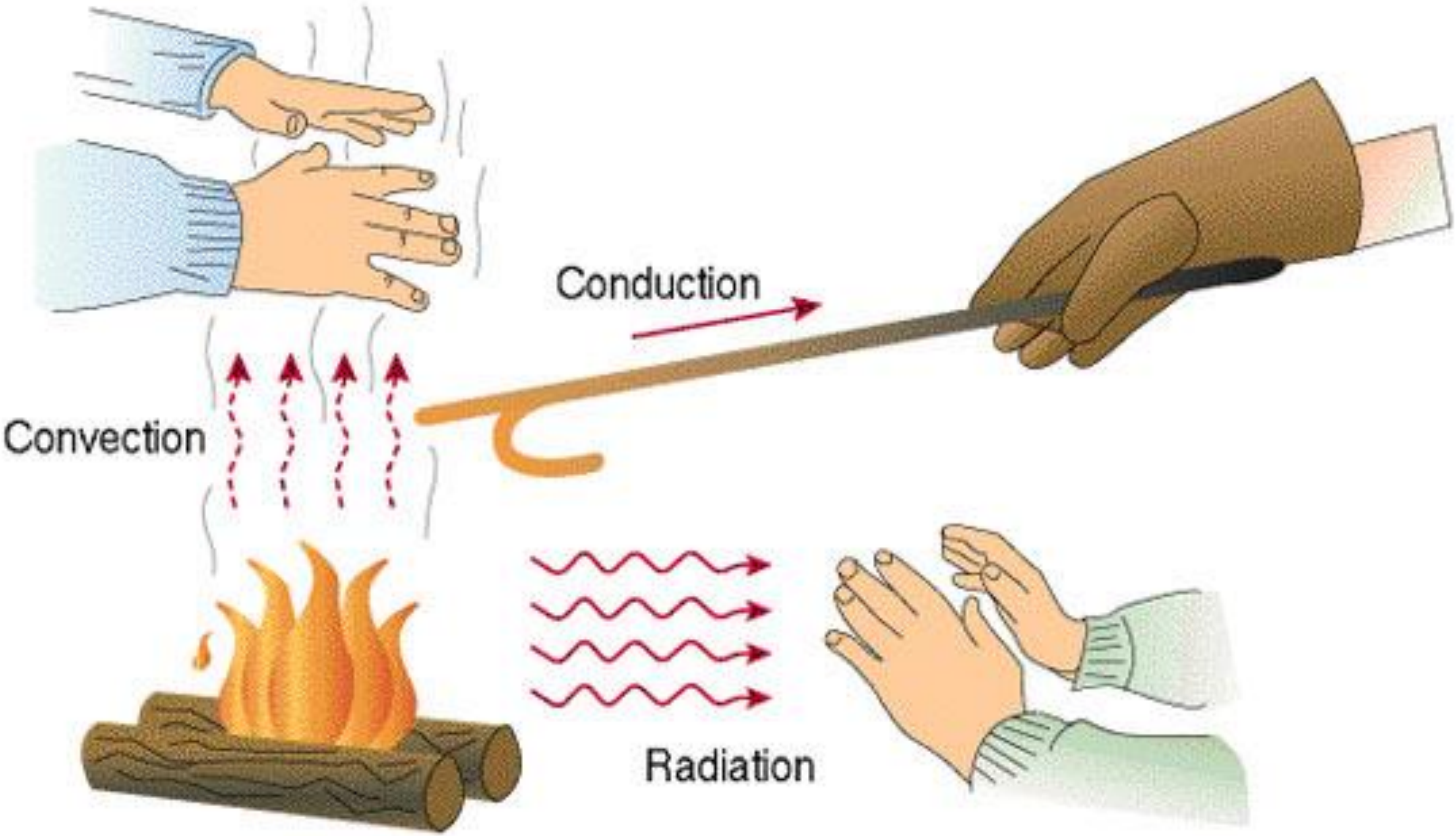
***PRZEWODZENIE (KONDUKCJA)*** - przekazywanie energii od jednej cząstki do drugiej, za pośrednictwem ruchu drgającego tych cząstek. Proces ten trwa dopóty, dopóki temperatura ciała nie zostanie wyrównana w całej rozpatrywanej objętości. Dotyczy to bezpośredniego kontaktu ciała z ciałem, części ciała z ciałem.

***PROMIENIOWANIE (RADIACJA)*** - przekazywanie ciepła w postaci energii promieniowania, którego natura jest taka sama jak energii świetlnej. Energia cieplna przekształca się w energię promieniowania, przebywa określoną przestrzeń z prędkością światła, aby w innym miejscu przekształcić się całkowicie lub częściowo w energię cieplną.

***KONWEKCJA (WNIKANIE, UNOSZENIE)*** wiąże się z ruchem konwekcyjnym gazów lub cieczy, wywołanym bądź różnicą gęstości (różnicą temperatur), bądź przez wymuszenie czynnikami zewnętrznymi.

W przemyśle ruch ciepła zachodzi równocześnie dwoma lub trzema sposobami, najczęściej odbywa się przez <u>przewodzenie</u> i <u>wnikanie</u>. Mechanizm transportu ciepła łączący wymienione sposoby ruchu ciepła nazywa się **PRZENIKANIEM CIEPŁA.**

# WYMIANA (TRANSPORT) CIEPŁA



# PRZEWODZENIE CIEPŁA

PRZEWODZENIE (KONDUKCJA) zachodzi wówczas, gdy w ośrodku nie występują większe zmiany położenia poszczególnych cząstek, a energia przenosi się z jednej cząstki na drugą.

Stan cieplny ciała określa temperatura. Miejsca geometryczne o jednakowej temperaturze tworzą powierzchnie izotermiczne, linie o jednakowej temperaturze tworzą izotermy.

Temperatura ciała zmienia się najszybciej
w kierunku prostopadłym do izoterm.

Przewodzenie dotyczy głównie ciał stałych,
gdyż to ciała stałe najlepiej przewodzą ciepło.

Zgodnie z prawem FOURIERA przewodzenie ciepła istnieje gdy występuje gradient temperatury, ustaje gdy gradient zanika.

# SIŁA NAPĘDOWA

Wszystkie procesy biegną pod wpływem sił. Rozkład w przestrzeni dowolnego parametru generującego siły napędowe możemy przedstawić w postaci linii lub powierzchni ekwipotencjalnych.

Równanie powierzchni ekwipotencjalnych ma postać:

$$\Gamma(x, y, z) = C$$

Pomiędzy powierzchniami występują zmiany parametru $\Gamma$, generujące siły napędowe dążące do likwidacji tych różnic.

Wartość zmian parametru $\Gamma$ w dowolnym punkcie powierzchni w kierunku normalnej nosi nazwę gradientu pola.

$$grad\Gamma = lim\left[\frac{\Delta\Gamma}{\Delta n}\right]_{\Delta n \to 0} = \frac{\partial\Gamma}{\partial n}$$

Gradient jest wektorem można go rozłożyć w układzie kartezjańskim.

# SIŁA NAPĘDOWA

$$grad\Gamma = \frac{\partial\Gamma}{\partial x}i + \frac{\partial\Gamma}{\partial y}j + \frac{\partial\Gamma}{\partial z}k$$

$$\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k = \nabla\ to\ grad\Gamma = \Delta\Gamma$$

Siły gradientowe dążąc do wyrównania różnic parametru napotykają na opór. Strumień z jakim wyrównanie następuje jest równe iloczynowi współczynnika transportu powierzchni przekroju i siły napędowej.

Gęstość strumienia jest natomiast równa natężeniu podzielonemu przez powierzchnię przekroju.

$$I = K\Delta$$

gdzie:
K - współczynnik transportu = 1/R
R – opór
I – gęstość strumienia
$\Delta$ - siła

# SIŁA NAPĘDOWA

Zatem:

$$I = \frac{\Delta}{R}$$

Równanie to przedstawia prawo Ohma.

Jest to prawo uniwersalne, które stwierdza, że natężenie dowolnego procesu biegnącego w przyrodzie jest wprost proporcjonalne do siły go wywołującej a odwrotnie proporcjonalne do oporu, na jaki natrafia przebieg tego procesu.

# PRZEWODZENIE CIEPŁA

## STRUMIEŃ CIEPLNY (NATĘŻENIE PRZEPŁYWU CIEPŁA)

ilość ciepła jaka przepływa przez dane ciało w jednostce czasu

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \left[\frac{J}{s} = W\right]$$

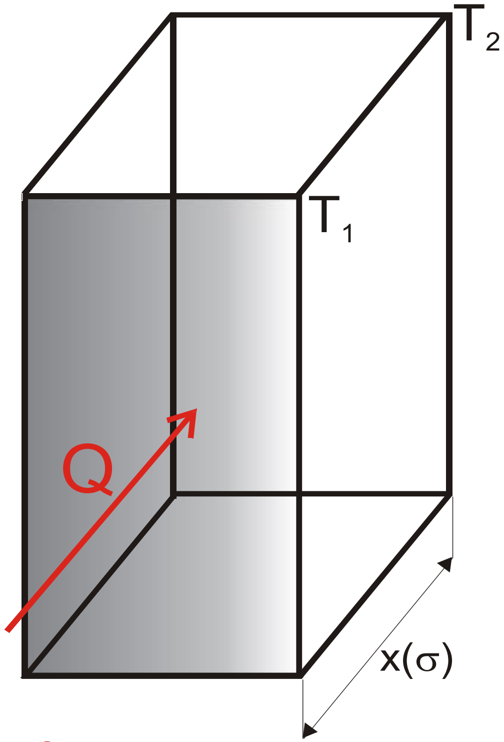
gdzie:
Q - ciepło,
t - czas,

## GĘSTOŚĆ STRUMIENIA CIEPLNEGO q (OBCIĄŻENIE CIEPLNE)

natężenie przepływu ciepła odniesione do jednostki powierzchni (straty ciepła przypadające na jednostkę powierzchni)

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

gdzie:
A – powierzchnia prostopadła do kierunku ruchu ciepła,




# PRZEWODZENIE CIEPŁA - prawo FOURIERA

PRZEWODZENIE opiera się na prawie FOURIERA mówiącym o ilości ciepła przewodzonego przez powierzchnię **A** prostopadłą do kierunku ruchu ciepła:

w kierunkach x, y i z $dQ = -\lambda \cdot A \cdot gradT \cdot (d\tau)$

gdzie:
T- temperatura,
λ- współczynnik przewodzenia ciepła,
τ- czas,

w jednym kierunku np. x: $dQ = -\lambda \cdot A \cdot \dfrac{dT}{dx} \cdot d\tau$

gdzie: x (s)-grubość warstwy,

Zakładamy $\dfrac{dQ}{d\tau} = const$ - ustalone przewodzenie ciepła, otrzymujemy:

wiedząc, że **strumień cieplny** to: $\dot{Q} = dQ/dt$

Otrzymujemy: $\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot (dT/dx)\ [W]$

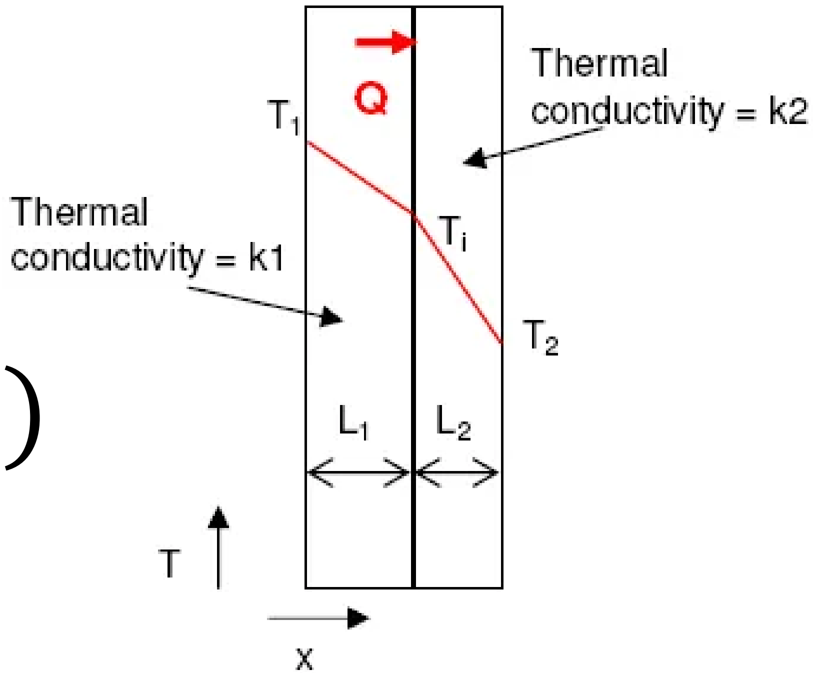
Stałość wielkości $\lambda$, A i Q określa
stałą wartość gradientu temperatury w kierunku x

$$\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} = -\frac{dT}{dx}$$

Zależność liniowa:

$$\sigma = \frac{\lambda \cdot A}{\dot{Q}} \Delta T \rightarrow y = f(x)$$

www.enggcyclopedia.com



$$\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} = -\frac{dT}{dx}$$

Ośrodek płynny (trzy kierunki w przestrzeni) – równanie Kirchoffa-Furiera:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + u_x \frac{\partial t}{\partial x} + u_y \frac{\partial t}{\partial y} + u_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{c\rho_F}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)$$

Dla ciała stałego:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + u_x \frac{\partial t}{\partial x} + u_y \frac{\partial t}{\partial y} + u_z \frac{\partial t}{\partial z} = 0, bo\ u_x = u_y = u_z = 0$$

Dla ustalonych warunków wymiany ciepła $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$ otrzymuje się:

$$\frac{\lambda}{c\rho_F}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = 0$$

gdzie: $\frac{\lambda}{c\rho_F} = \alpha$ **to DYFUZYJNOŚĆ CIEPLNA**

# PRZEWODZENIE CIEPŁA

Przewodzenie ciepła jest **USTALONE** gdy
**$dQ/dt=const$**
**lub**
**strumień ciepła jest stały**

lub inaczej
Jeżeli gradient temperatury jest niezależny od czasu i stały, to proces przewodzenia ciepła jest **ustalony.**

Przewodzenie ciepła jest **NIEUSTALONE** gdy
**$dQ/dt \neq const$**
**lub**
**strumień ciepła nie jest stały**

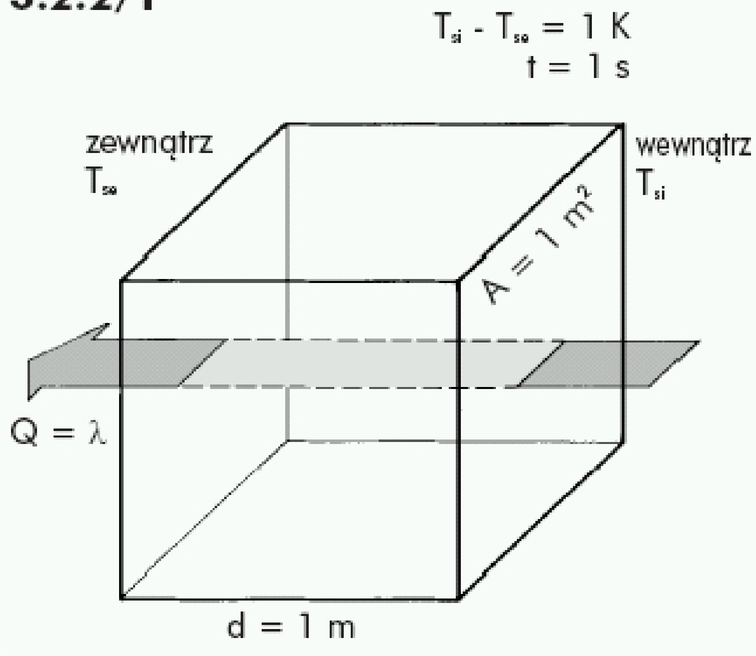
wiedząc, że: $\dot{Q} = q \cdot A$

Stąd, **gęstość strumienia cieplnego:** $$q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

Z powyższych równań wynika, że:

$$\lambda = -\frac{dQ/d\tau}{A \cdot (dT/dx)} \quad \left[ \frac{\mathrm{W}}{(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{deg}/\mathrm{m})} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{deg}} \right]$$

3.2.2/1




zatem **współczynnik przewodzenia ciepła (λ)** jest to ilość ciepła przewodzona przez ciało o powierzchni 1m², grubości ścianki 1m, gdy różnica temperatur pomiędzy przeciwległymi ściankami wynosi 1deg (stopień), w ciągu 1s.

**współczynnik przewodzenia ciepła (λ)** – stała materiałowa, charakterystyczna dla danego materiału, określająca zdolność materiału do przewodzenia ciepła,

# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

Wielkość współczynnika przewodzenia ciepła jest uzależniona od szeregu czynników:

- ✓ rodzaju wiązań chemicznych ciała stałego i jego struktury
- ✓ zdefektowania struktury
- ✓ mikrostruktury materiału
- ✓ temperatury

**Dyfuzyjność cieplna** określa przepływ ciepła w stanie nieustalonym, natomiast w stanie ustalonym funkcję tę pełni **przewodność cieplna.**

$$\frac{\lambda}{c\rho_F} = \alpha$$ - dyfuzyjność cieplna

ρ – gęstość, c – ciepło właściwe

# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

Poprzez analogię do gazów doskonałych można zapisać:

$$\lambda = \frac{1}{3}\rho C_v u_{śr} l_{śr}$$

W przypadku ciał stałych przewodzenie odbywa się drogą wymiany ciepła pomiędzy elementami struktury, czyli atomami w węzłach sieci. Ruchy atomów są ze sobą skorelowane, drgania atomów mają charakter fal fononów $\lambda_{ff} >> \lambda_e$.

Zatem: $u_{śr}$ – średnia prędkość fononów w krysztale (= prędkości dźwięku),
$l_{śr}$ – średnia droga swobodna fononów w krysztale,

Temperatury bliskie temperaturze pokojowej i wyższe - dominują fonony o dużej długości fali (małej częstotliwości), energia takich fononów jest bardzo mała. Fonony o dużej długości fali nie ulegają rozproszeniu na defektach i w wyniku procesów „Umklapp", a ich droga swobodna dochodzi do wymiarów kryształu.

Temperatury wysokie wzrasta udział fononów o dużej częstotliwości i małej długości fali. W przewodzeniu ciepła dużą rolę odgrywają: rozpraszanie na defektach i procesy „Umklapp".

# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA



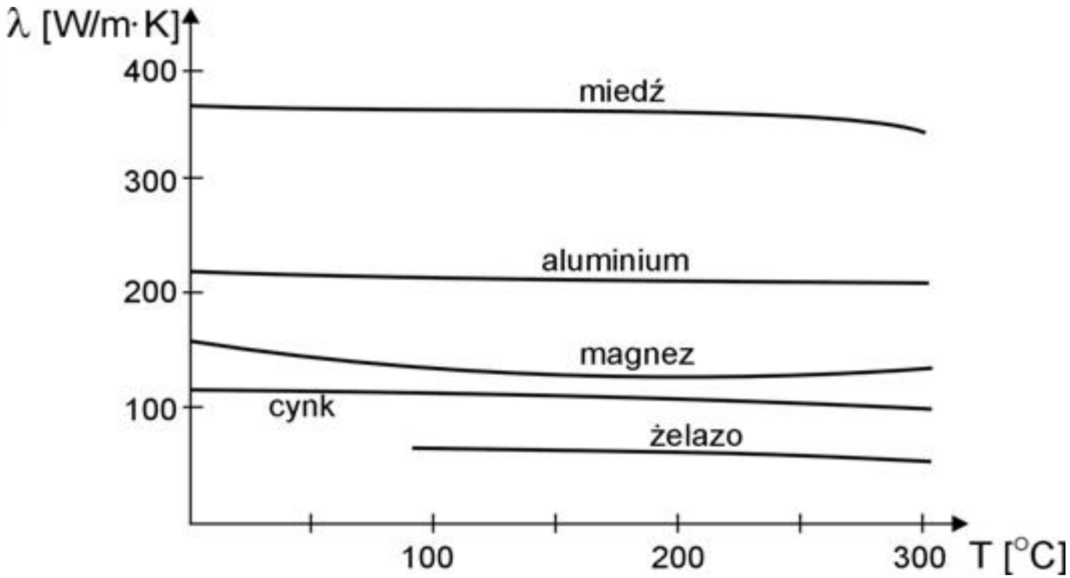
Substancje amorficzne, roztwory stałe i kryształy domieszkowe – rozpraszanie na defektach dominuje nad procesami „Umklapp”

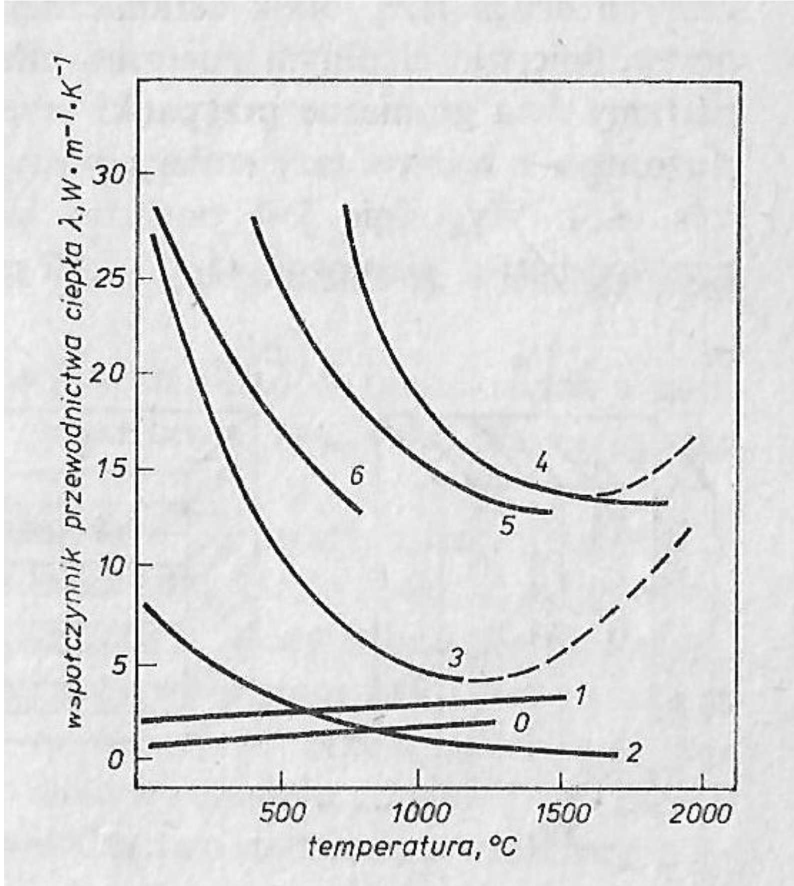
Materiały porowate – wzrost przewodnictwa wraz ze wzrostem temperatury jest związany ze znacznym udziałem promieniowania w przenoszeniu ciepła,

W materiałach metalicznych występują quasi-swobodne elektrony i to one odpowiedzialne są za wysokie przewodnictwo cieplne. Wzrost temperatury powoduje pogorszenie przewodnictwa, pojawia się głównie rozpraszanie na defektach.

**Izolatory $\lambda_{ff} >> \lambda_e$**

**Metale $\lambda_e >> \lambda_{ff}$.**



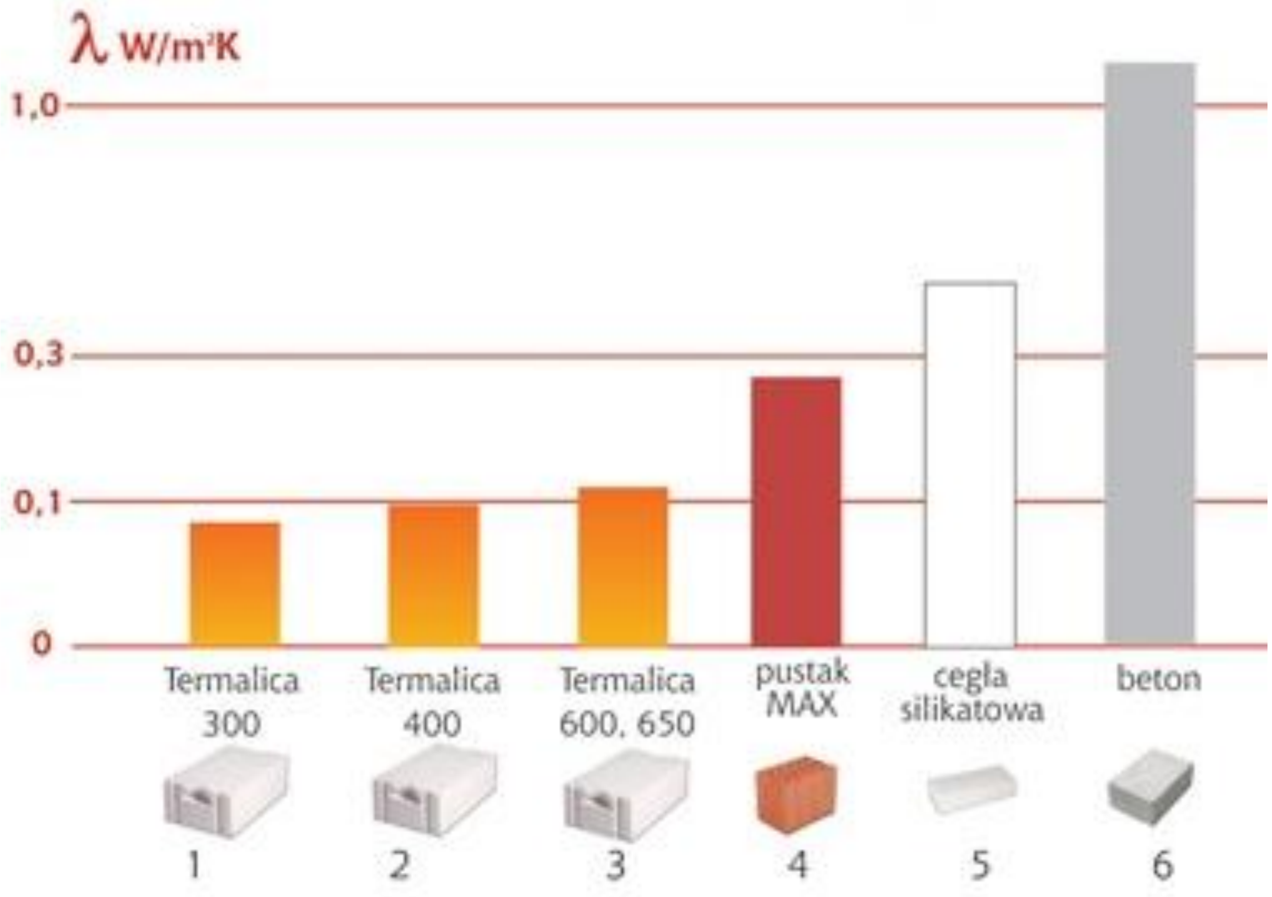



# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

W małych porach konwekcja może być pominięta.

Wraz ze spadkiem gęstości materiału budowlanego (i tym samym wzrostem porowatości) maleje jego przewodność cieplna.

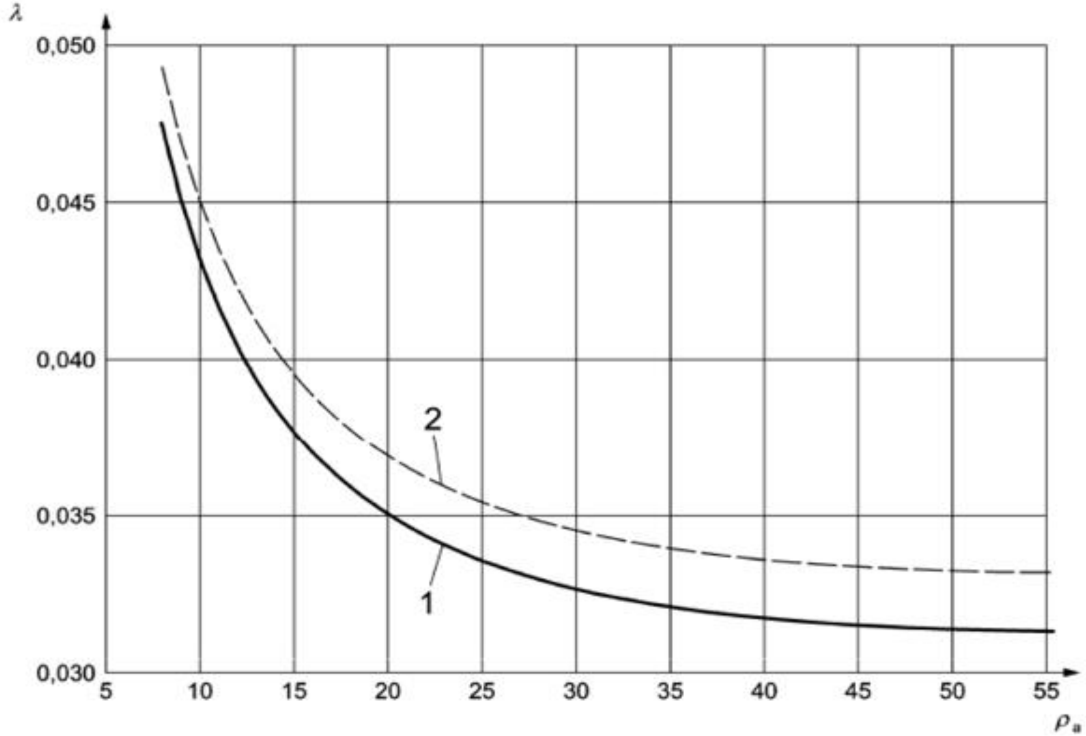
Beton komórkowy o gęstości $\rho$=800 kg/m$^3$ - $\lambda$= 0,3W/m·K
Beton komórkowy o gęstości $\rho$=600 kg/m$^3$ - $\lambda$= 0,22W/m·K
Beton komórkowy o gęstości $\rho$=400 kg/m$^3$ - $\lambda$= 0,15W/m·K

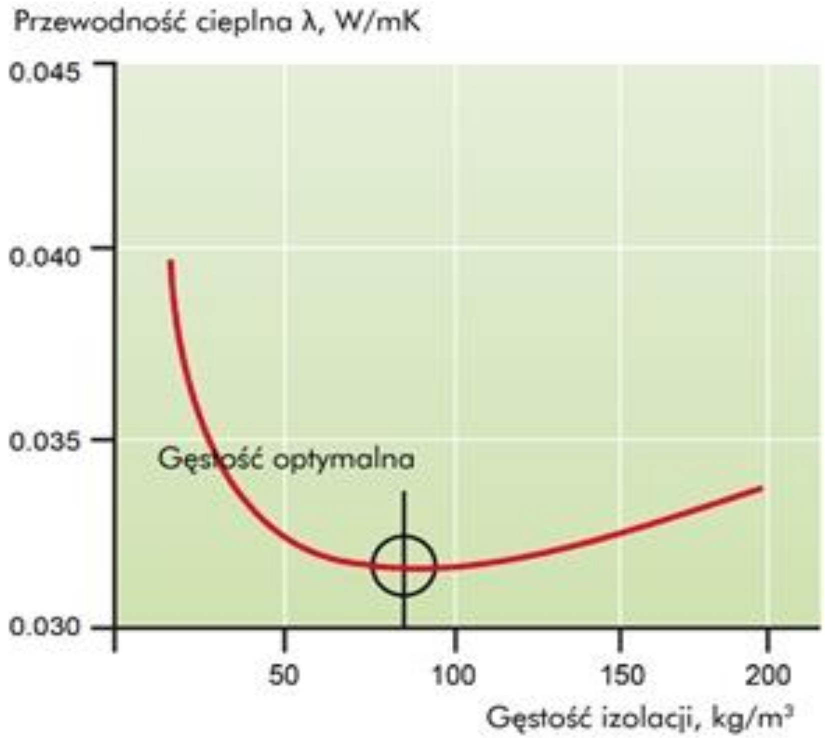


# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

Bardzo lekkie materiały termoizolacyjne takie jak styropian i inne spienione tworzywa sztuczne nie stosują się do tej zasady. Przy małej gęstości czyli dużej porowatości, w wyższej temperaturze istotną rolę zaczyna odgrywać promieniowanie cieplne jako zjawisko odpowiedzialne za transport ciepła w lekkim, półprzepuszczalnym optycznie materiale. Żeby je ograniczyć styropiany domieszkuje się płatkami grafitu, które pochłaniają promieniowanie podczerwone.

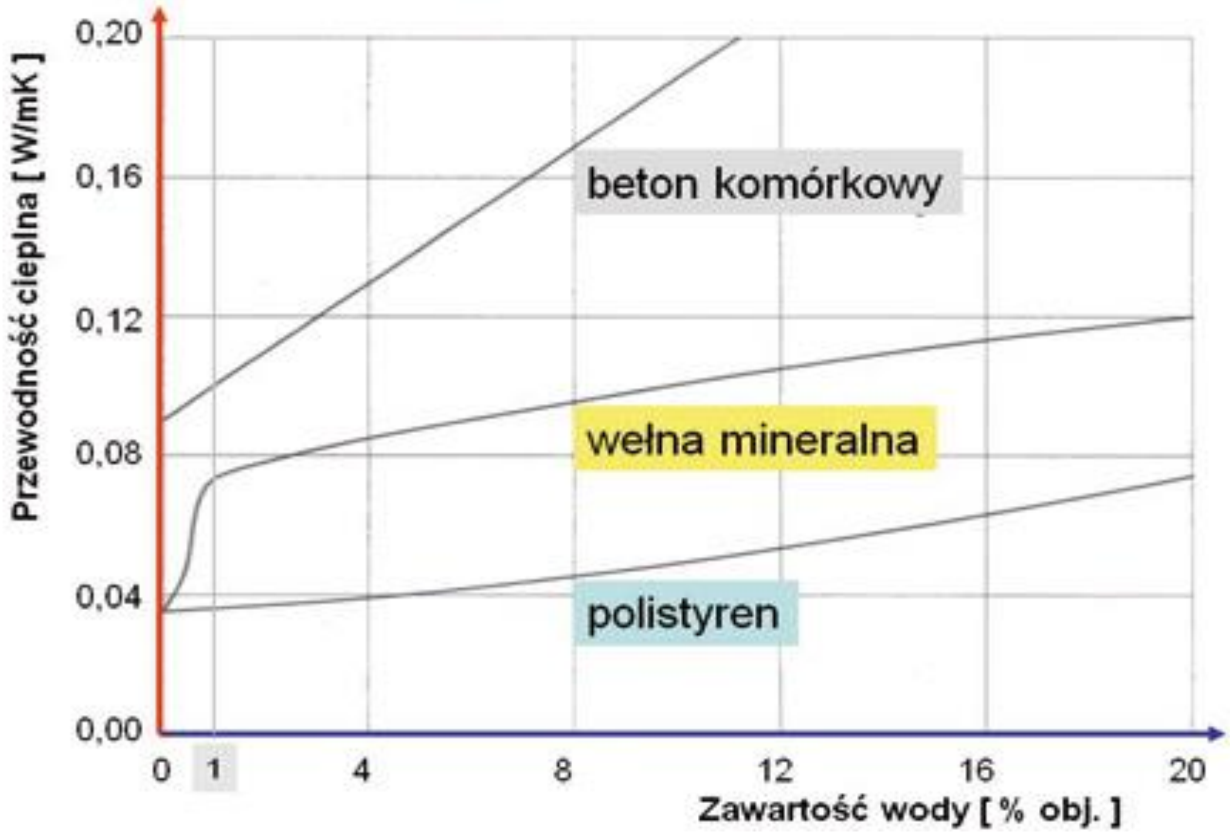
Również w przypadku dużych porów, w niższej temperaturze może dochodzić do powstania zjawiska konwekcji i wzrostu przewodnictwa.



# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

Wilgotność ma największy wpływ na współczynnik przewodności cieplnej. Woda zapełniająca pory wilgotnych materiałów budowlanych ma współczynnik przewodzenia ciepła około dwadzieścia razy większy niż powietrze (λ wody wynosi ok. 0,56 W/m·K a powietrza 0,024 W/m·K). Z tego względu współczynnik przewodności cieplnej w znacznym stopniu zależy od wilgotności materiałów i warunków eksploatacyjnych pomieszczeń. Na przykład w przypadku suchej cegły ceramicznej λ = 0,7 W/m·K a przy wilgotności 10% osiąga wartość 1,3 W/m·K.



# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

Przewodnictwo cieplne ciał stałych maleje ze wzrostem temperatury

Wszelkie czynniki, które ograniczają drogę swobodną nośników względnie zaburzają harmoniczność ruchu drgającego powodują obniżanie przewodności cieplnej.

**Zdefektowanie struktury** np. odstępstwo od stechiometrii:

$\lambda \approx 1/n$

n – stężenie defektów

np. λ ($UO_2$) ale 4λ($UO_{2,18}$)

**Mikrostruktura**

Współczynnik przewodzenia materiałów porowatych

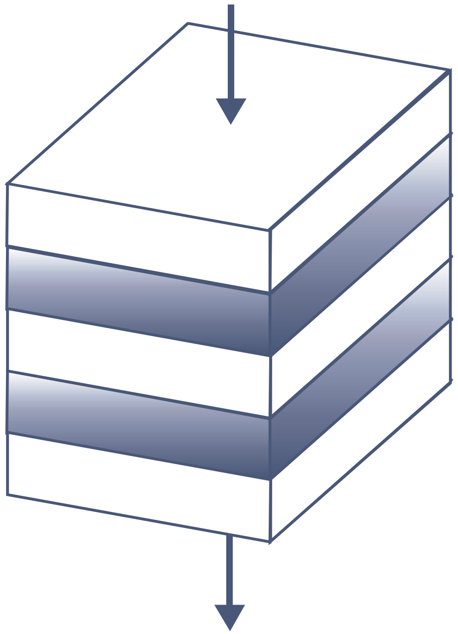
$\lambda_s >> \lambda_g$

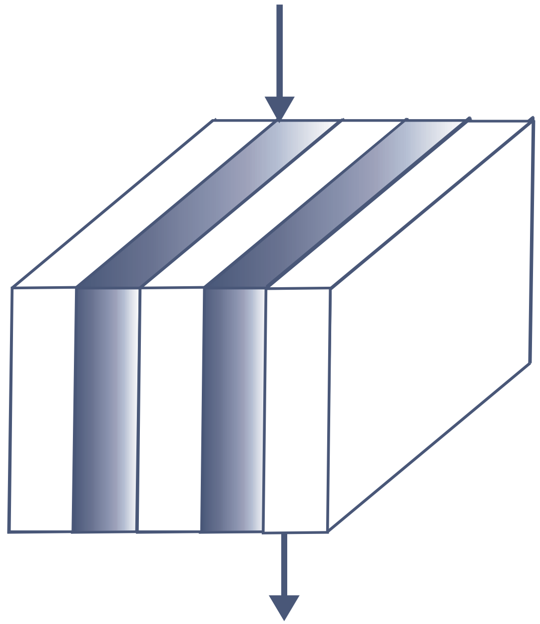
$\lambda_m \approx \lambda_s (1 - V_p) = \lambda_s \cdot V_s$

powyższe zależności można stosować do materiałów, w których porowatość jest mniejsza od 40%.

# PRZEWODZENIE CIEPŁA
## - materiały wielofazowe, kompozyty warstwowe

**MODEL SZEREGOWY** **MODEL RÓWNOLEGŁY**





Przewodzenie w kierunku prostopadłym do warstw (model szeregowy):

$$\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 \cdot V_2 + \lambda_2 \cdot V_1}$$

Przewodzenie w kierunku równoległym do warstw (model równoległy):

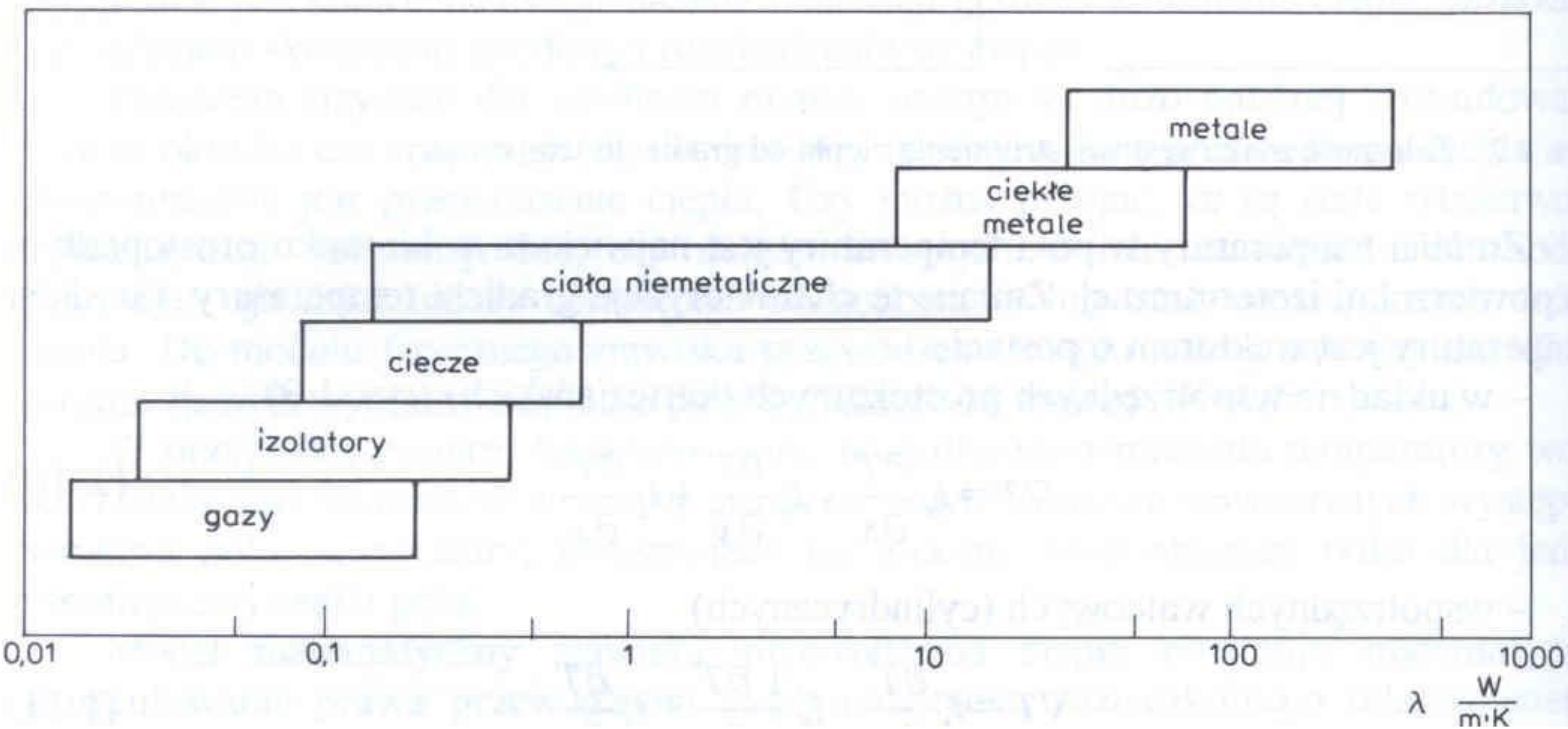
$$\lambda = \lambda_1 \cdot V_1 + \lambda_2 \cdot V_2$$

gdzie: *$V_1$, $V_2$ - udziały objętościowe faz składowych kompozytu,*

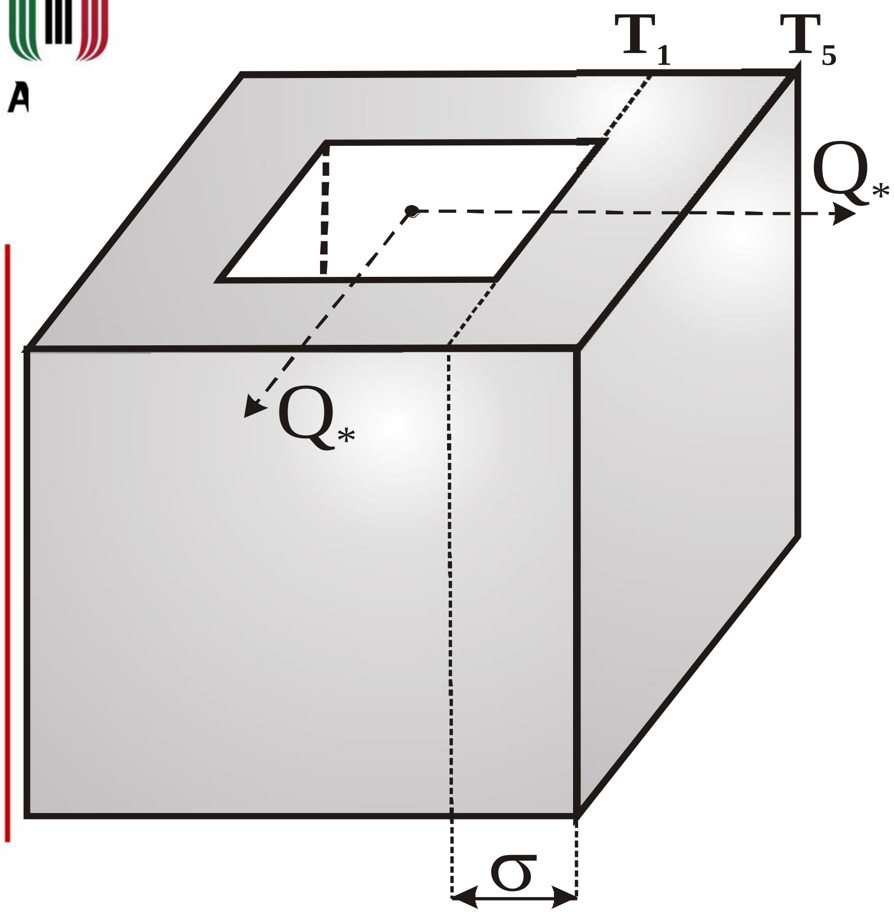
***GORSZY PRZEWODNIK - IZOLATOR*** ***LEPSZY PRZEWODNIK***

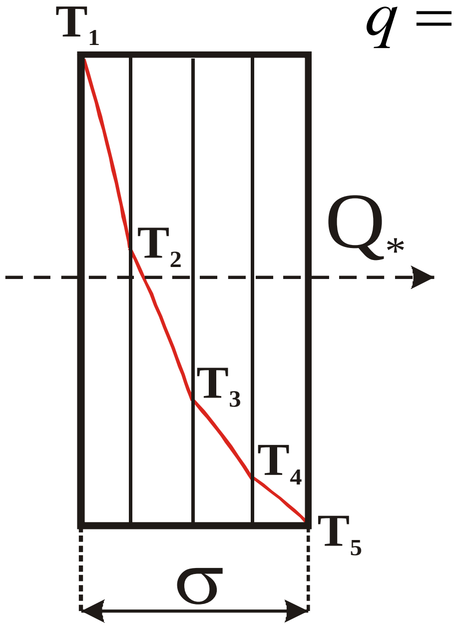
# WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

$$\lambda = -\frac{dQ/d\tau}{A \cdot (dT/dx)} \quad \left[ \frac{\mathrm{W}}{(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{deg}/\mathrm{m})} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{deg}} \right]$$



# PRZEWODZENIE CIEPŁA – ŚCIANKA PŁASKA




## JEDNOWARSTWOWA

gęstość strumienia cieplnego

$$q = \frac{\lambda}{\sigma} \cdot (T_1 - T_2) \ [\mathrm{W/m^2}]$$

$T_1 > T_2$

σ- grubość ścianki,

strumień ciepła

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot A}{\sigma}(T_1 - T_2) \ [W]$$

## WIELOWARSTWOWA

$$\dot{Q} = \frac{\mathrm{A} \cdot \Delta T}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\sigma_i}{\lambda_i}} [W]$$

strumień ciepła

$$q = \frac{\Delta T}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{\sigma_i}{\lambda_i}} \quad [\mathrm{W/m^2}]$$

gęstość strumienia cieplnego

# PRZEWODZENIE CIEPŁA – ŚCIANKA PŁASKA

## Opór termiczny

**JEDNOWARSTWOWA**

$$R = \frac{\sigma}{\lambda} = \frac{\Delta T}{q} \quad \left[\frac{m^2 \cdot deg}{W}\right]$$

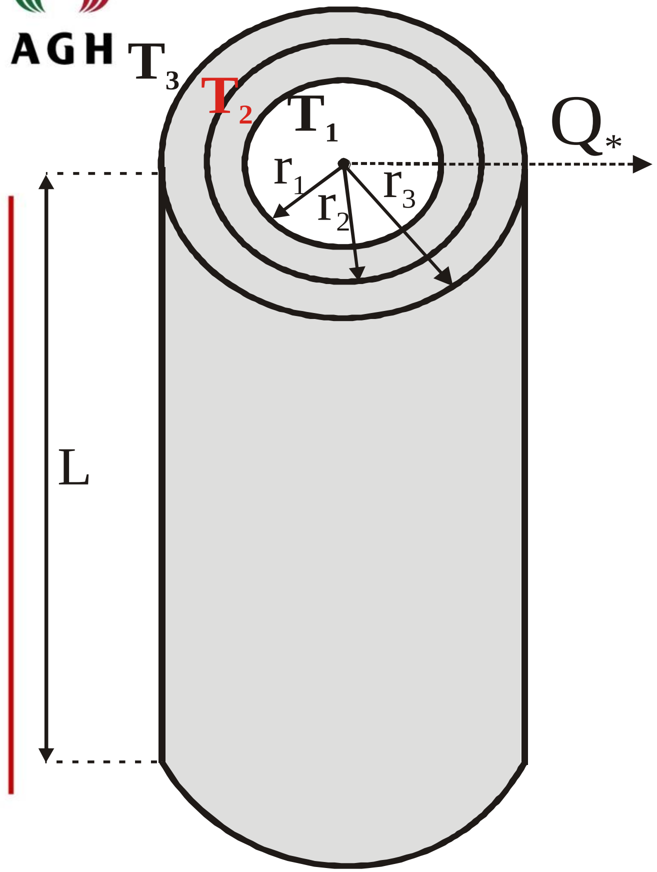
**WIELOWARSTWOWA**

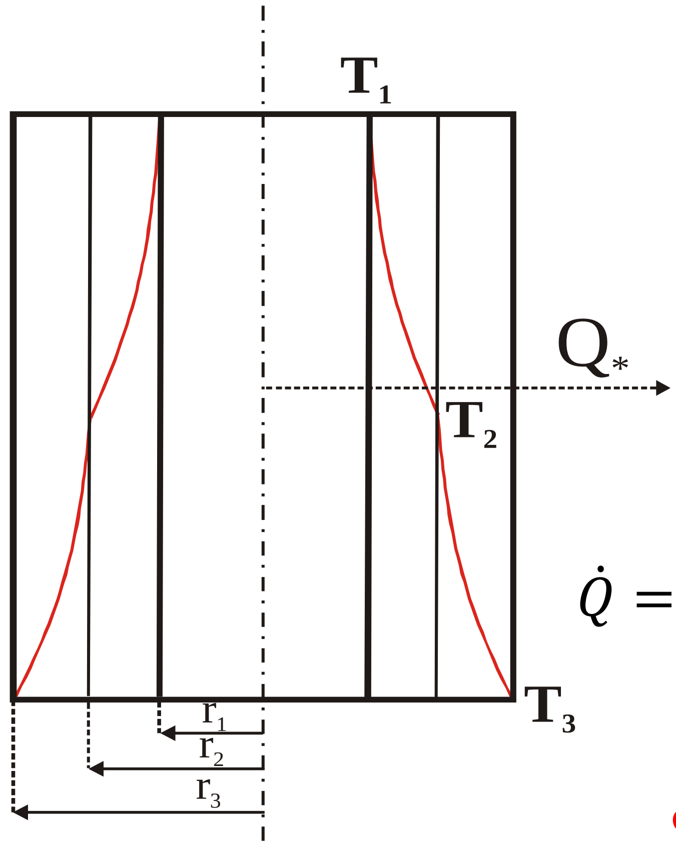
$$R = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\sigma_i}{\lambda_i} = \frac{\Delta T}{q} \quad \left[\frac{m^2 \cdot deg}{W}\right]$$

Opór termiczny definiujemy jako stosunek różnicy temperatur (na powierzchni ograniczających warstwę materiału, warstwę powietrza lub przegrodę) do gęstości strumienia cieplnego q.

Wielkość ta określa „opór” jaki stawia dany materiał przemieszczającemu się ciepłu.

# PRZEWODZENIE CIEPŁA
# - ŚCIANKA CYLINDRYCZNA i KULISTA




całkowite ciepło przewodzone przez ściankę

$$Q = q \cdot A \cdot t \,[\mathrm{J}]$$

gęstość strumienia cieplnego

$$\dot{Q} = q \cdot A \,[W] \Rightarrow q = \frac{\dot{Q}}{A} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

## strumień ciepła

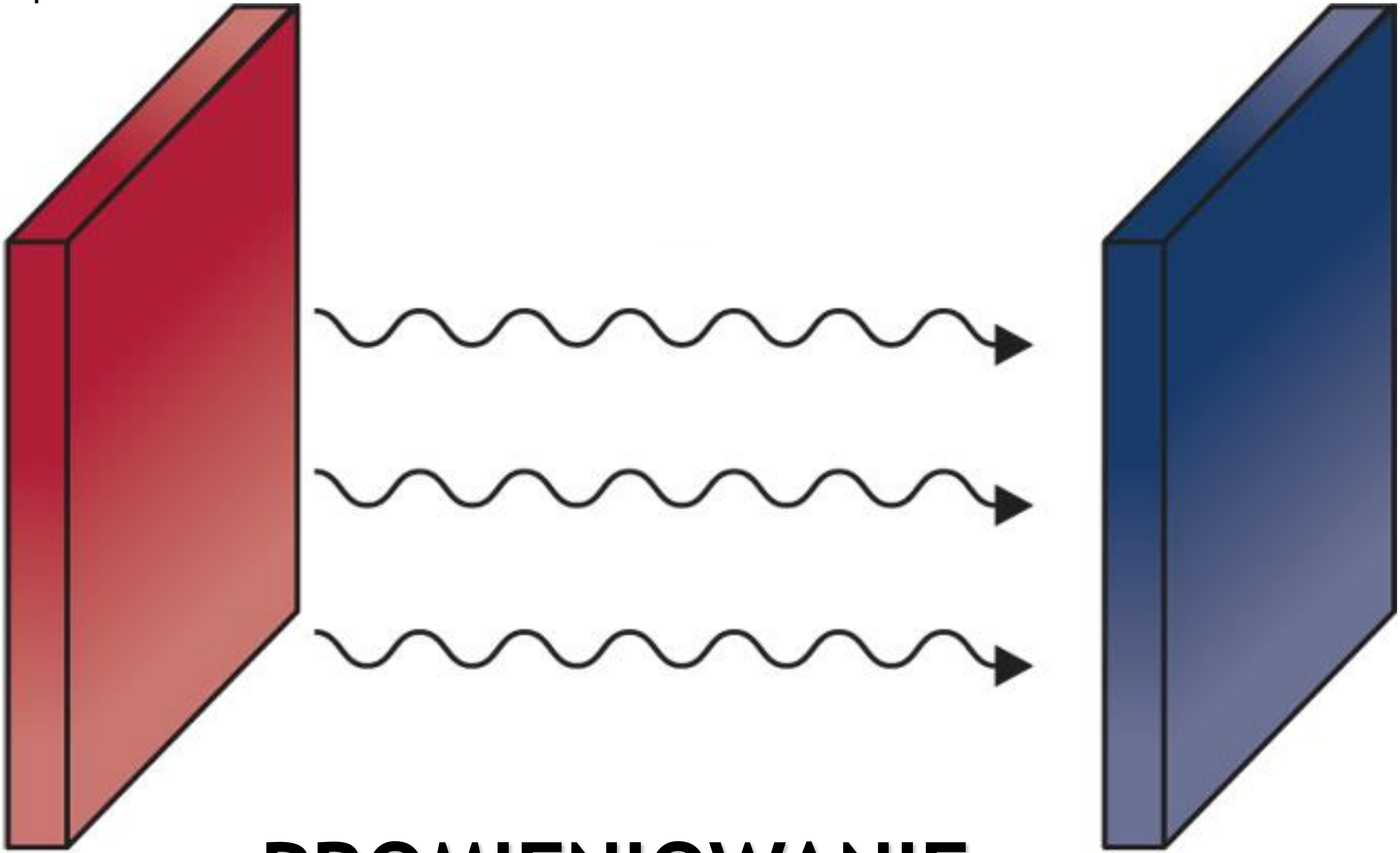
## Ścianka cylindryczna

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot L \cdot \Delta T}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} [W]$$

## Ścianka kulista

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot \Delta T}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{4\lambda_i} \cdot \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_z}\right)} [W]$$

$r_w$ - promień wewnętrzny kuli; $r_z$ - promień zewnętrzny kuli

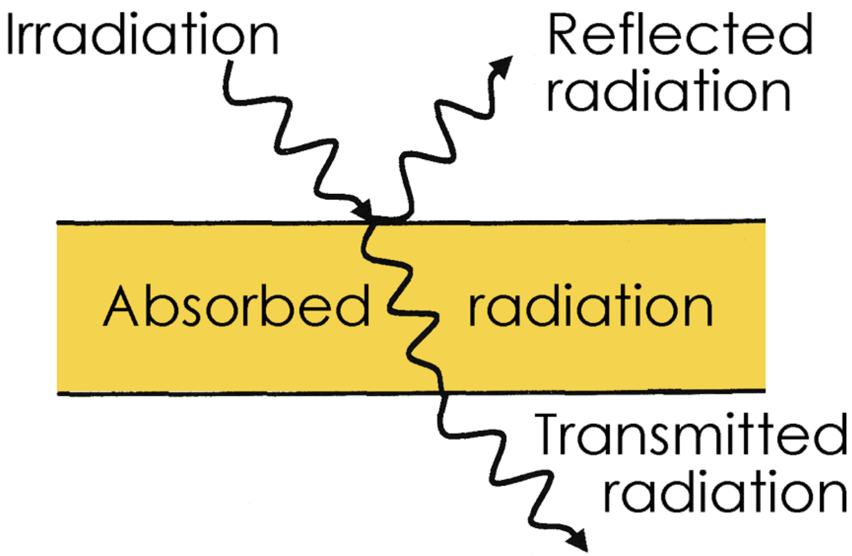


# PROMIENIOWANIE

# PROMIENIOWANIE

Wymiana ciepła z otoczeniem przez promieniowanie cieplne. Przekształcanie energii cieplnej na promienistą – promieniowanie cieplne, proces odwrotny to pochłanianie (absorpcja ciepła). Promieniowanie cieplne ma tą samą naturę, co promieniowanie świetlne, podlega tym samym prawom.

**PROMIENIE WIDZIALNE MAJĄ DŁUGOŚĆ OD 0,4 DO 0,8 μm ZAŚ PROMIENIE PODCZERWONE OD 0,8 DO 40 μm.**




$Q=Q_A+Q_R+Q_T \; /:Q$

$1=Q_A/Q+Q_R/Q+Q_T/Q$ czyli $1=a+r+t$

$a$ = współczynnik absorpcji (pochłaniania)

$$a = Q_A / Q$$

$r$ = współczynnik refleksji (odbicia)

$$r = Q_R / Q$$

$t$ = współczynnik transmisji (przepuszczenia)

$$t = Q_T / Q$$

# CIAŁA DOSKONAŁE

$1=a+r+t$ - CIAŁO SZARE

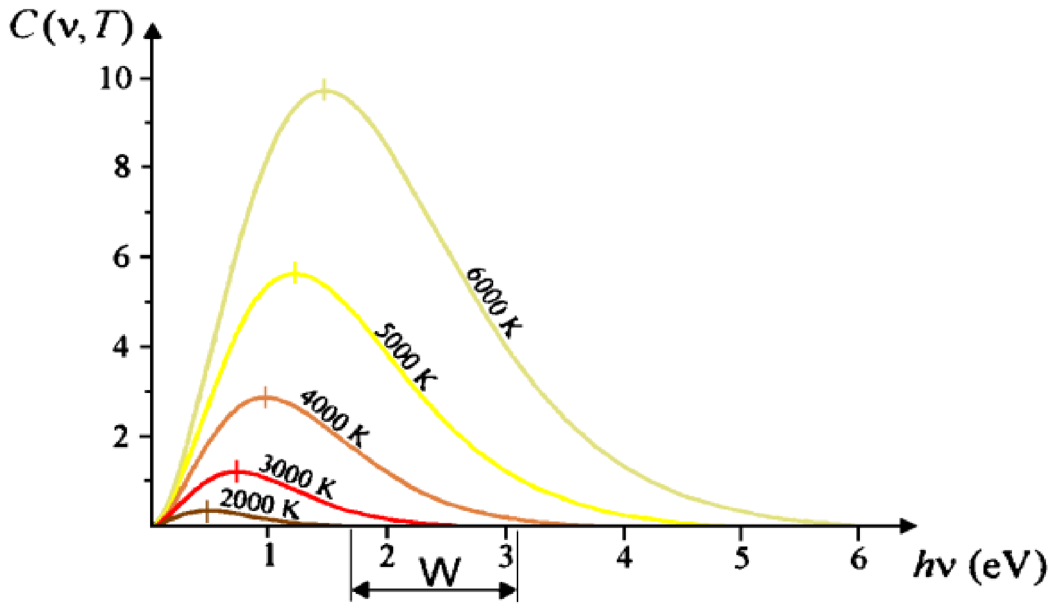
najczęściej dla ciał szarych $\underline{a+r=1}$

CIAŁO DOSKONALE CZARNE - $a=1$; $r=0$ i $t=0$

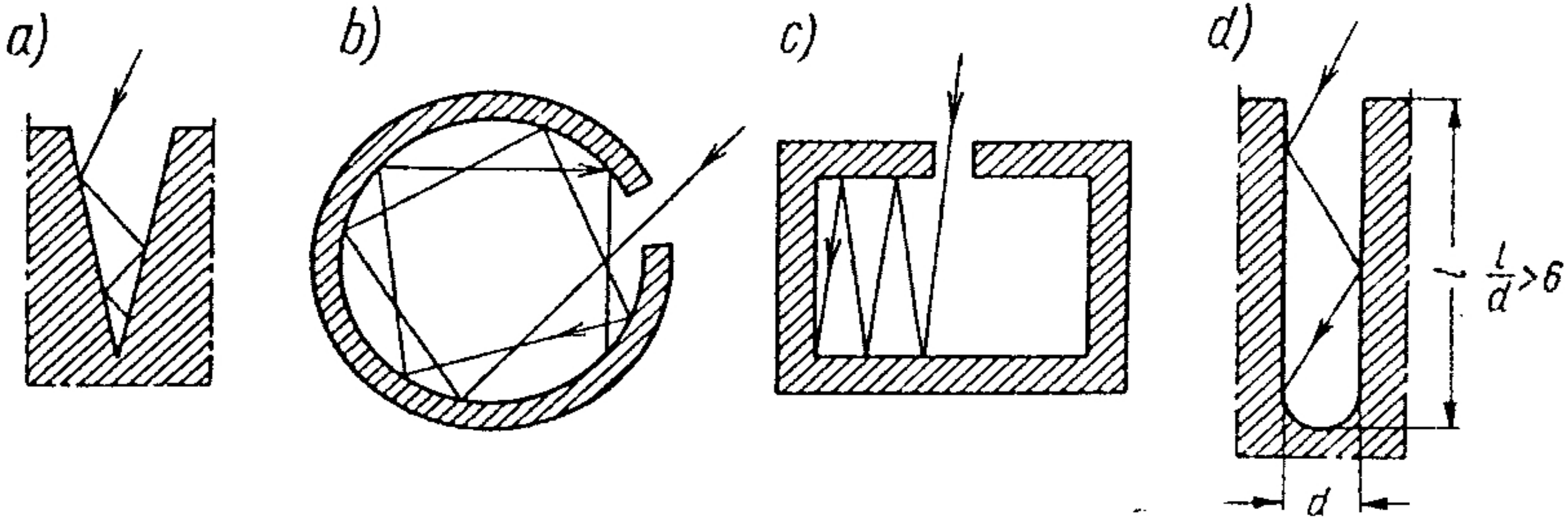
CIAŁO DOSKONALE PRZEŹROCZYSTE - $t=1$; $a=0$ i $r=0$

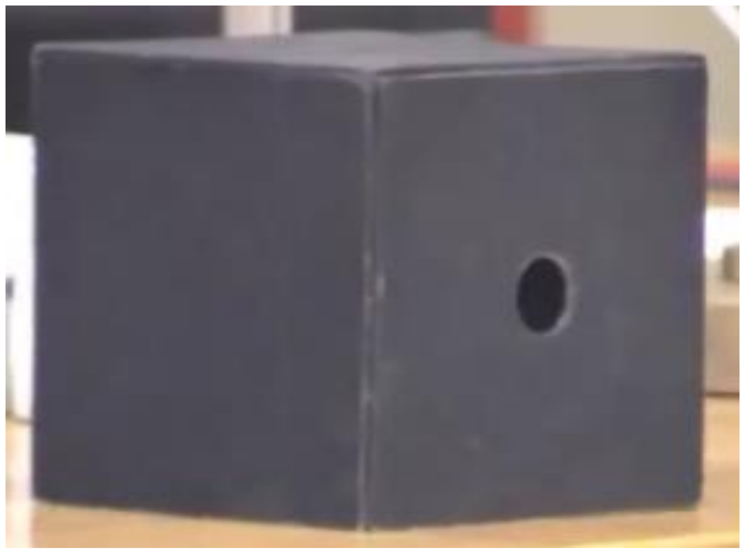
CIAŁO DOSKONALE BIAŁE - $r=1$; $t=0$ i $a=0$

Max Planck

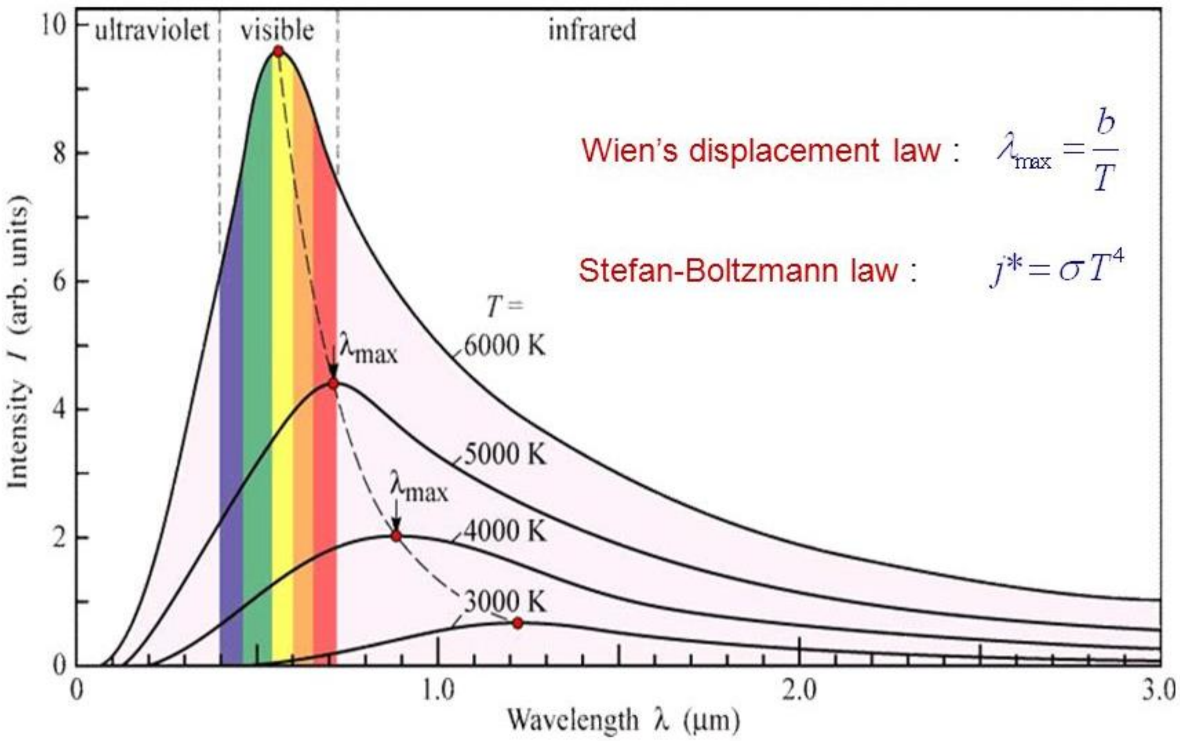


# CIAŁO DOSKONALE CZARNE – a=1; r=0 i t=0



# PRAWA PROMIENIOWANIA
## Prawo Plancka




## Prawo Wiena

$$\lambda_{max} T = 0{,}002892\, m \cdot K$$

Iloczyn długości fali promieni o maksymalnym natężeniu i temperatury bezwzględnej, w której to promieniowanie zachodzi jest wielkością stałą.

# PRAWA PROMIENIOWANIA
## Prawo Kirchoffa

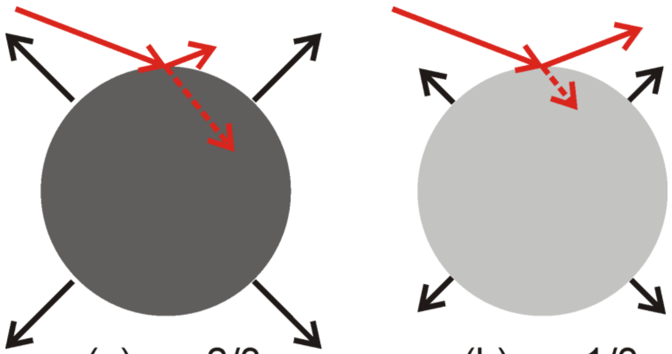
W stanie równowagi termicznej natężenie promieniowania i absorpcji energii dla danego ciała są jednakowe.

Ciało szare emituje tyle energii promienistej ile absorbowałoby ciało doskonale czarne w tej samej temperaturze:

$$E_1 = a_1 E_0$$

$$E_0 = \frac{E_1}{a_1} \quad E_0 = \frac{E_2}{a_2} \ldots . E_0 = \frac{E_n}{a_n}$$

$$\frac{E_1}{a_1} = \frac{E_2}{a_2} = \cdots = \frac{E_n}{a_n} = E_0$$



(a) ε = 2/3

(b) ε = 1/3

Stosunek natężenia promieniowania do współczynnika absorpcji jest wielkością stałą dla wszystkich ciał i równą natężeniu promieniowania ciała doskonale czarnego w temperaturze T.

# PRAWO STEFANA - BOLTZMANA

Rozwiązanie prawa Plancka daje prawo Stefana – Boltzmana (1879r.), które głosi, że natężenie promieniowania ciała doskonale czarnego jest proporcjonalne do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej tego ciała.

$$E_0 = \sigma_0 \cdot T^4$$

gdzie:

$\sigma_0$- stała promieniowania $5{,}6697 \cdot 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$K$^4$

$$C_0 = \sigma_0 \cdot 10^8$$

## dla ciał szarych

$$E_0 = C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

$$E = \varepsilon \cdot C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 = C \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

gdzie:

$\varepsilon$ - stopień czarności ciała czyli emisyjność,

# PRAWA PROMIENIOWANIA

## Prawo Kirchoffa i Prawo Stefana-Boltzmana

$$E_0 = C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4 \qquad \frac{C_1}{a_1} = \frac{C_2}{a_2} = \cdots = \frac{C_n}{a_n} = C_0$$

$$E_1 = C_1\left(\frac{T}{100}\right)^4 = a_1 E_0$$

$$E_2 = C_2\left(\frac{T}{100}\right)^4 = a_2 E_0$$

$$E_n = C_n\left(\frac{T}{100}\right)^4 = a_n E_0$$

**EMISYJNOŚĆ (STOPIEŃ CZARNOŚCI CIAŁA) ε**

Określa zdolność materiałów do emisji i absorpcji promieniowania cieplnego, zawiera się w granicach od 0 do 1

Emisyjność (stopień czarności) przybiera wartości $0<\varepsilon<1$ zatem C wynosi od 0 do 5,67 [$W/m^2 \cdot K^4$].

**EMISYJNOŚĆ CAŁKOWITA** – stosunek natężenia promieniowania ciała szarego do natężenie promieniowania ciała doskonale czarnego w temperaturze T.

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{C\left(\frac{T}{100}\right)^4}{C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4}$$

| Substancja | t [°C] | ε |
|---|---|---|
| Aluminium chropowate | 26 | 0,055 |
| Aluminium polerowane | 23 | 0,052 |
| Blacha stalowa pokryta lśniącą warstwą tlenku | 25 | 0,82 |
| Stal świeżo przetarta papierem ściernym | 20 | 0,24 |
| Blacha stalowa szara ocynkowana, utleniona | 24 | 0,28 |
| Miedź polerowana | 20-115 | 0,018-0,023 |
| Miedź walcowana | - | 0,64 |
| Żeliwo chropowate utlenione | 40 | 0,95 |
| Żeliwo obtoczone | 22 | 0,44 |
| Lakier biały | 40-95 | 0,8-0,95 |
| Lakier czarny błyszczący | 25 | 0,875 |
| Lakier czarny matowy | 40-95 | 0,96-09,8 |
| Dąb strugany | 20 | 0,9 |
| Cegła czerwona chropowata | 20 | 0,93 |
| Tynk chropowaty | 10-88 | 0,91 |
| Papa | 20 | 0,93 |
| Szkło gładkie | 22 | 0,94 |
| Woda | 0-100 | 0,95-0,96 |
| Lód gładki | 0 | 0,966 |
| Lód chropowaty | 0 | 0,985 |

**Tabela. Emisyjność różnych materiałów zmierzona w temperaturze 0°C (w temperaturze pokojowej emisyjność niewiele się zmienia) (źródło: Fluke)**

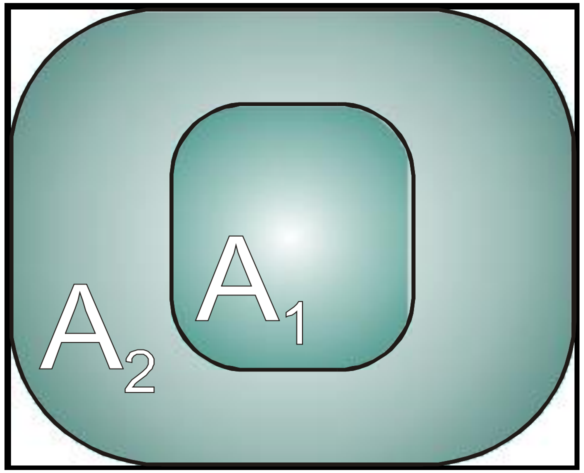
| Materiał | Emisyjność |
|---|---|
| Aluminium polerowane / chropowate / silnie utlenione | 0,05 / 0,07 / 0,25 |
| Płyta / papier azbestowy | 0,96 / 0,94 |
| Mosiądz zmatowiony / polerowany | 0,22 / 0,03 |
| Cegła standardowa / ogniotrwała | 0,85 / 0,94 |
| Brąz porowaty / polerowany | 0,55 / 0,1 |
| Węgiel oczyszczony | 0,8 |
| Żeliwo surowy odlew / polerowane | 0,81 / 0,21 |
| Chrom polerowany | 0,1 |
| Glina wypalona | 0,91 |
| Cement | 0,54 |
| Miedź polerowana / utleniona | 0,01 / 0,65 |
| Taśma izolacyjna, czarne tworzywo sztuczne | 0,95 |
| Emalia (w 27°C) | 0,9 |
| Szkło | 0,92 |
| Złoto polerowane | 0,02 |
| Żelazo walcowane na gorąco / utlenione / blacha galwanizowana | 0,77 / 0,74 / 0,23 |
| Lakier czarny matowy / błyszczący | 0,97 / 0,87 |
| Farba olejowa | 0,94 |
| Porcelana | 0,92 |
| Stal galwanizowana / silnie utleniona / niepolerowana / skorodowana | 0,28 / 0,88 / 0,96 / 0,69 |
| Blacha niklowana / walcowana | 0,11 / 0,56 |

AGH

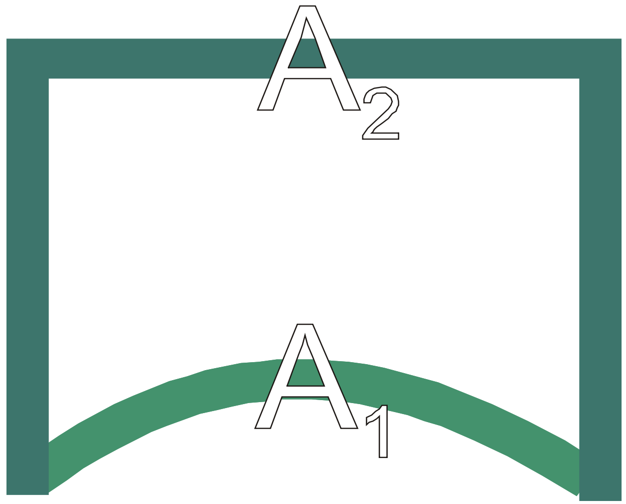
# PRAWO STEFANA - BOLTZMANA

Zgodnie z prawem Stefana–Boltzmana można wyznaczać ilość wymienionego ciepła (strumień cieplny) między powierzchniami dwóch ciał zależnie od położenia tych powierzchni:

***Powierzchnia $A_1$ jest zamknięta w powierzchni $A_2$***




***Powierzchnie $A_1$ i $A_2$ tworzą jedną powierzchnię zamkniętą***




$$A_2 > A_1$$

**strumień cieplny** $$\dot{Q}_{1-2} = \varepsilon_{1-2} \cdot A_1 \cdot C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] [W]$$

gdzie: $C_0$ – stała promieniowania = 5,67 [W/m$^2$·K$^4$]

AGH

Gęstość strumienia cieplnego
$$q_{1-2} = \varepsilon \cdot C_0 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4 \right] \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

**ZASTĘPCZY STOPIEŃ CZARNOŚCI $\varepsilon_{1-2}$**

wzór ogólny

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

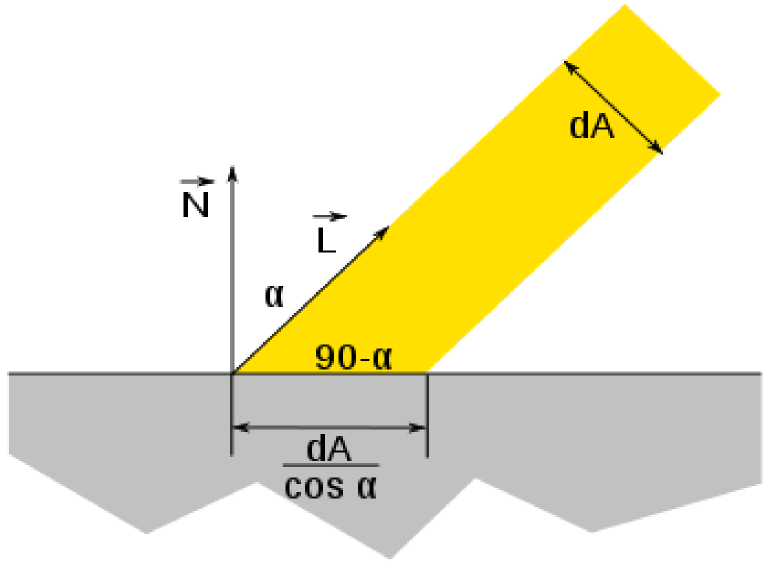
gdy **$A_2 >> A_1$** wtedy $\varepsilon_{1-2} \cong \varepsilon_1$

Dla równoległych dostatecznie dużych płyt położonych blisko siebie zastępczy stopień czarności oblicza się z wg poniższego wzoru, gdyż wtedy $A_1 = A_2$:

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

PRAWA PROMIENIOWANIA

## Prawo Lamberta




Jeżeli źródło światła jest punktowe i promieniuje izotropowo, wówczas moc promieniowania światła przypadająca na jednostkę powierzchni (natężenie oświetlenia) maleje z odległością i zależy od kąta padania.

Jeżeli promienie dane tworzą razem kąt a wraz z normalną do powierzchni, wtedy oświetlenie jest proporcjonalne do cos$\alpha$.

$$d^2\Omega = \frac{\varepsilon}{\pi} C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 d\Omega dA_1 cos\alpha \qquad E_\alpha = E_n cos\alpha$$

# PROMIENIOWANIE

Światłość $J_\varphi$ lub natężenie światła

Jest to strumień świetlny wysyłany w danym kierunku w jednostkę kąta bryłowego.

Luminancja L lub jaskrawość

Wyraża gęstość powierzchniową światłości w danym kierunku.

$$L = \frac{dJ}{dF cos\varphi}$$

gdzie:
dF – elementarny element powierzchni promieniującej,
$\varphi$ - kąt między normalną do powierzchni promieniującej a kierunkiem wyznaczenia luminancji – kąt widzenia,

Luminancja decyduje o nasileniu subiektywnego wrażenia jasności.

# PROMIENIOWANIE GAZÓW

CIECZE – natężenia promieniowania jest zbliżone do ciał stałych; ze względu na małe różnice temperatur występujące pomiędzy poszczególnymi punktami w cieczy i konwekcyjny ruch ciepła udział promieniowania cieplnego w ogólnej ilości ciepła jest mały,

GAZY – w gazach występuje selektywne promieniowanie o określonych długościach fal. Promieniowanie cieplne emitują tylko te gazy, które mają moment dipolowy

$CO_2$, $H_2O$, $CO$, $NH_4$

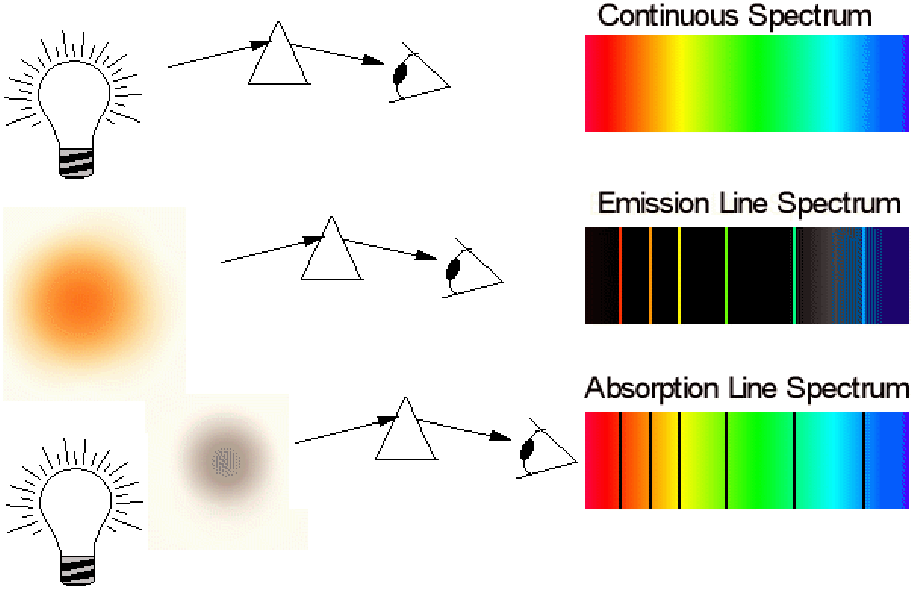
Cząsteczki gazów, które są symetryczne np. $H_2$, $O_2$, $N_2$, są dla promieniowania cieplnego przezroczyste.

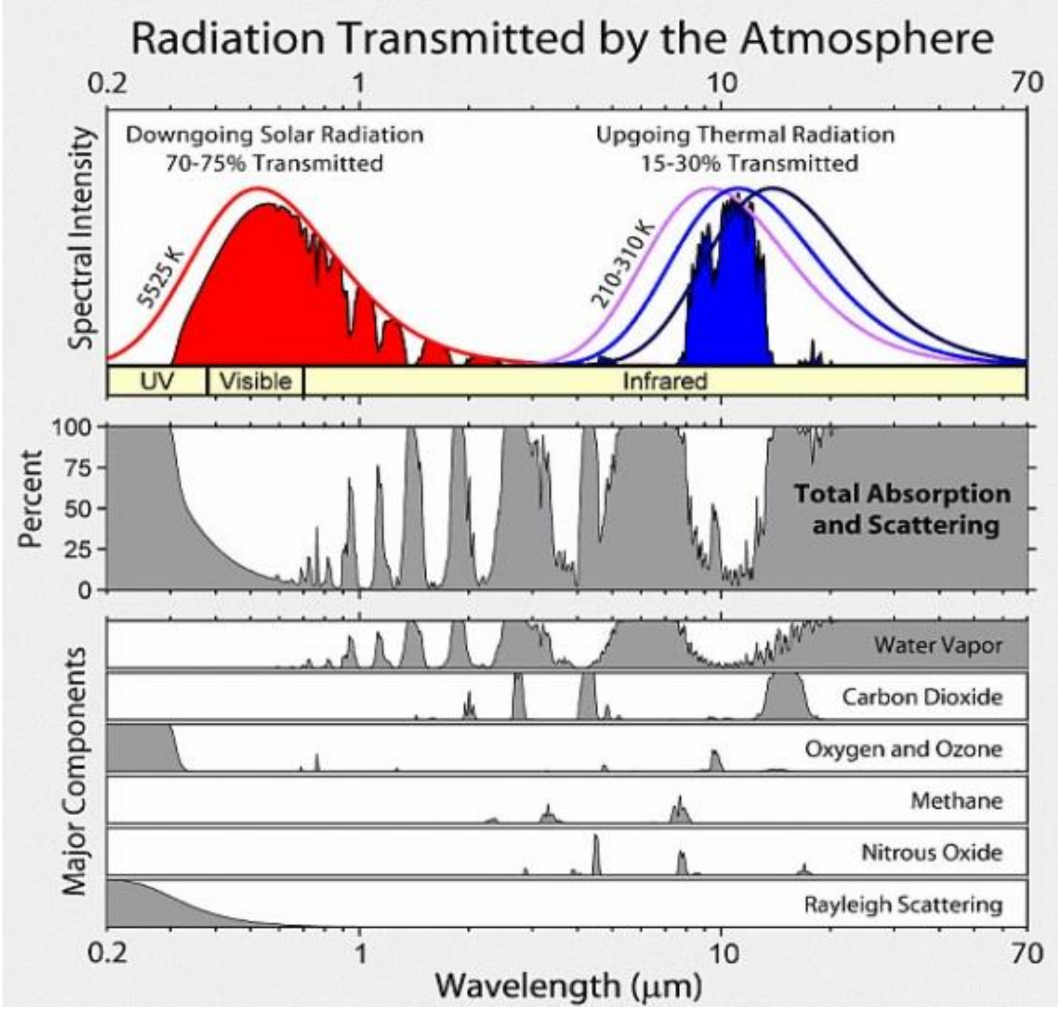
# SELEKTYWNA ABSORPCJA I EMISJA

W ciałach stałych wymiana energii promieniowania odbywa się w warstwie powierzchniowej, dla gazów w całej ich objętości, zatem:

$$E_{\Delta\lambda} = f(T, L, p_c)$$

# PROMIENIOWANIE GAZÓW



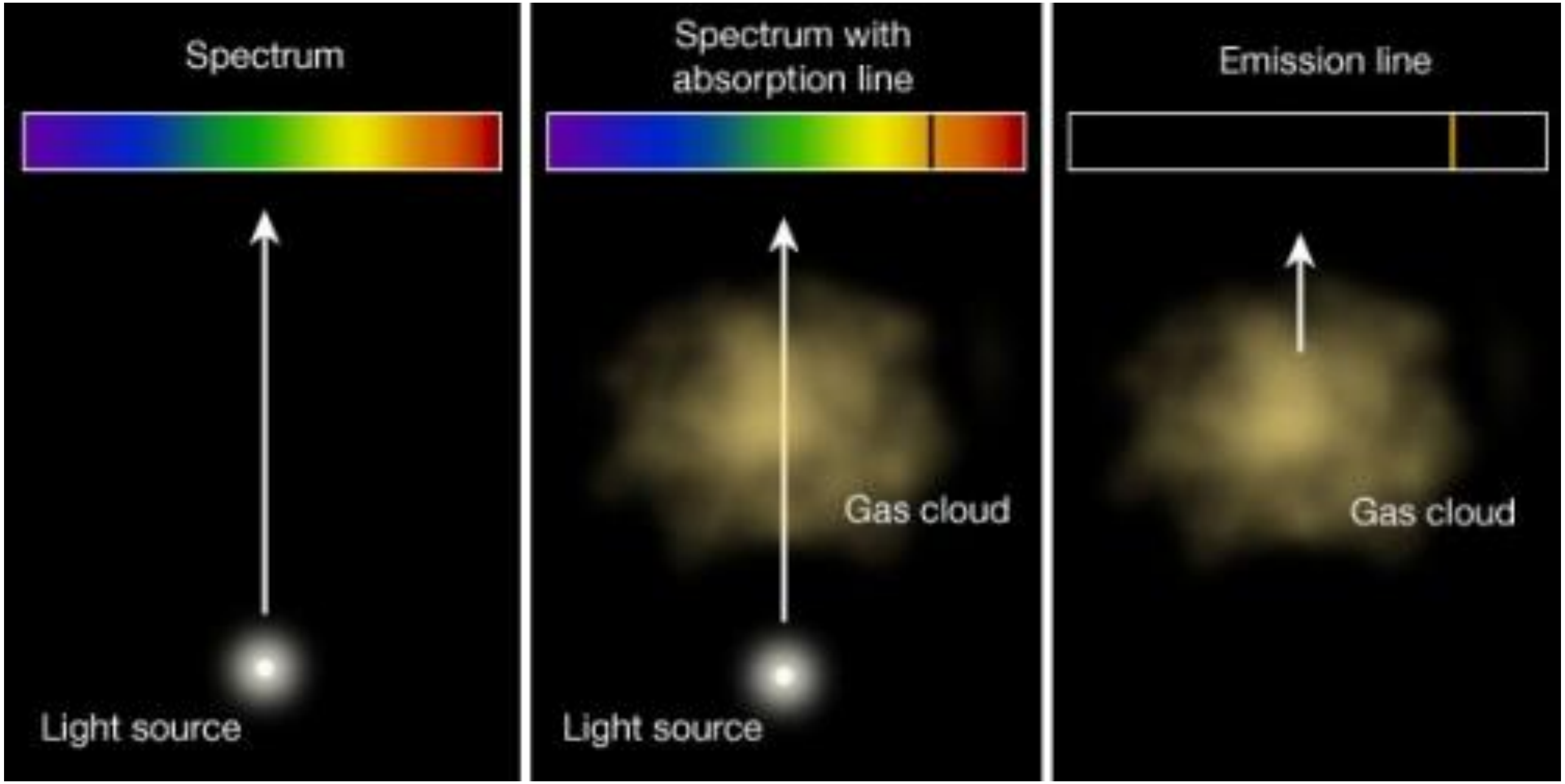




W przypadku mieszaniny gazów złożonych ze składników o budowie polarnej, sumaryczna energia promieniowania jest niższa od sumy energii wypromieniowanej przez poszczególne składniki.

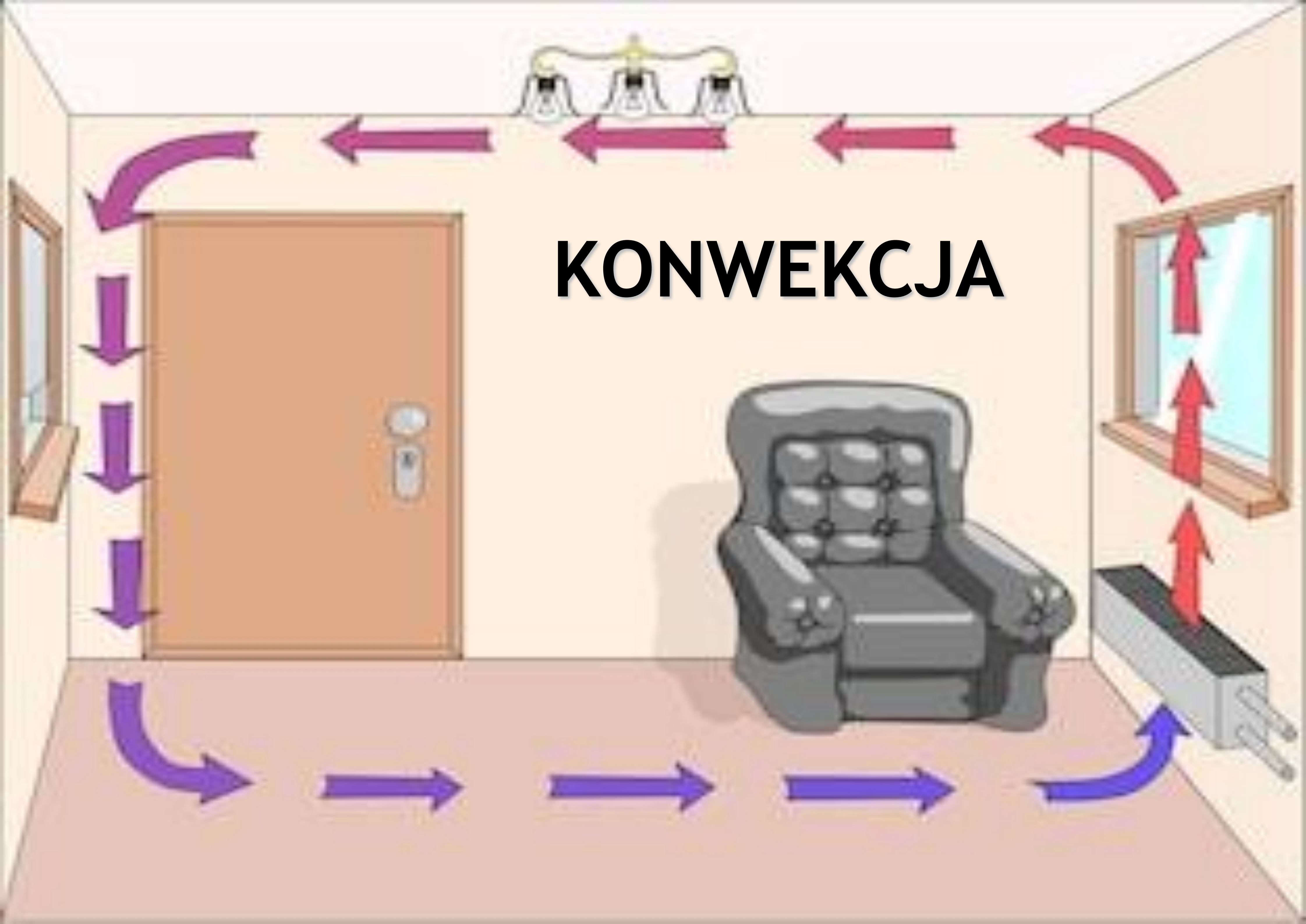
$$E_G = \varepsilon_G \cdot C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

$$\varepsilon_G = f(T, L, p_c)$$

# PROMIENIOWANIE GAZÓW




W przypadku mieszaniny gazów złożonych ze składników o budowie polarnej, sumaryczna energia promieniowania jest niższa od sumy energii wypromieniowanej przez poszczególne składniki.

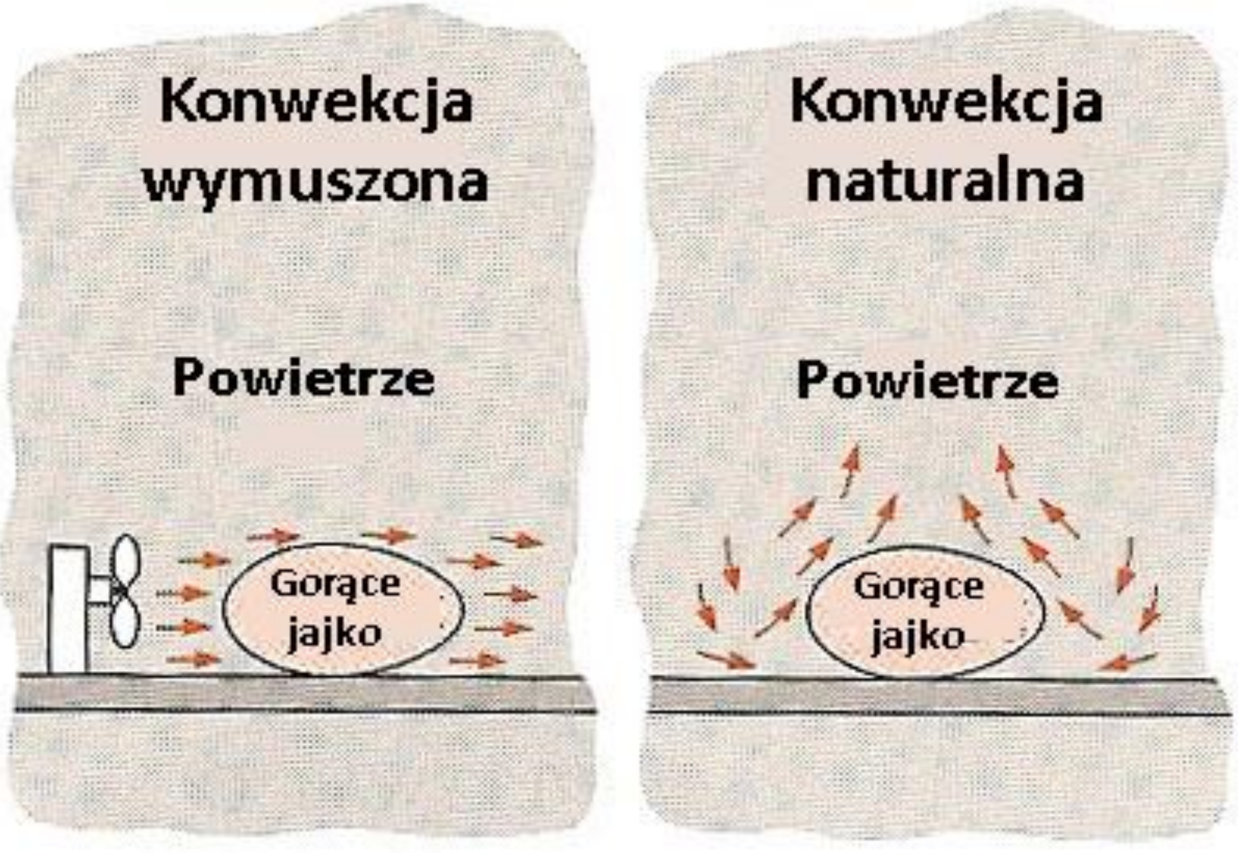

KONWEKCJA

# KONWEKCJA (WNIKANIE, UNOSZENIE)

1. Związana jest z ruchem płynów.
2. Konwekcyjny ruch ciepła może się odbywać podczas uwarstwionego, burzliwego czy przejściowego przepływu płynu.
3. Występuje w przewodach transportujących płyny za pomocą wentylatora lub pompy (**konwekcja wymuszona**), w przewodach kominowych gdzie różnica temperatur w różnych punktach wywołuje zmianę gęstości płynu (zmianę ciśnień statycznych), co powoduje ruch płynów (**konwekcja naturalna**), w zbiornikach gdzie wrze ciecz lub kondensuje para (**konwekcja przy zmianie stanu skupienia**).
4. Zachodzi zarówno podczas ogrzewania jak i chłodzenia płynów.
5. Jest trudna do teoretycznego ujęcia przez związek ruchu płynu z ruchem ciepła. Różny charakter ruchu płynu, zmienna lepkość w różnych temperaturach, różny rozkład prędkości, wiry, kłębienia itp. wpływają na zjawisko konwekcji. Formułuje się tzw. równania kryterialne, wyznaczane na podstawie analizy wymiarowej.

# KONWEKCJA (WNIKANIE, UNOSZENIE)

5. Z technicznego punktu widzenia najważniejszym mechanizmem jest przekazywanie ciepła od (do) ścianki do (od) płynącego zarówno ruchem laminarnym jak i burzliwym płynu (WNIKANIE),



# KONWEKCJA (WNIKANIE)

Wnikanie ciepła pomiędzy powierzchnią ścianki i płynem opisuje **równanie Newtona:**

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot (T_w - T)\ [W]$$

gdzie:

$\dot{Q}$ – natężenie przepływu ciepła [W],

**$\alpha$ - współczynnik wnikania (przejmowania) ciepła [W/m$^2$·deg],**

$A$ – powierzchnia ścianki [m$^2$].

$T_w$ – temperatura powierzchni ścianki [K, $^o$C],

$T$ – temperatura płynu [K, $^o$C],


$$\alpha = \frac{\dot{Q}}{A \cdot (T_w - T)}\ \left[\frac{W}{m^2 \cdot deg}\right]$$

# WSPÓŁCZYNNIK WNIKANIA CIEPŁA

$\alpha$ - współczynnik wnikania ciepła, który jest funkcją

d, L, u, c, $\lambda$, $\eta$, $\beta$, $\rho$, T, g

posługując się zasadami analizy wymiarowej można zapisać

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = f_1\left(\frac{ud\rho}{\eta}, \frac{c\eta}{\lambda}, \frac{gL^3}{\nu^2} \cdot \beta\Delta T, \frac{d}{L}\right)$$

Ułamki bezwymiarowe noszą następujące nazwy:

$Nu = \dfrac{\alpha d}{\lambda}$ **liczba Nusselta;**

$\Pr = \left(\dfrac{c\eta}{\lambda}\right)$ **liczba Prandtla;**

$\mathrm{Re} = \left(\dfrac{ud\rho}{\eta}\right)$ **liczba Reynoldsa;**

$Gr = \left(\dfrac{gL^3}{\nu^2}\right) \cdot \beta\Delta T$ **liczba Grashofa;**

$K_g = \left(\dfrac{d}{L}\right)$ **liczba podobieństwa geometrycznego;**

$$Nu = f_1\left(\mathrm{Re}, \Pr, Gr, K_g\right)$$

# ANALIZA WYMIAROWA

## Teoremat $\pi$ Buckinghama

Równanie zupełne i jednorodne

**N** = wielkości fizyczne,

**n** = wielkości o niejednakowych wymiarach,

**k** = wielkości wymiarowo niezależne,

Równanie będzie zawierać **(N-k)=t** ułamków bezwymiarowych (liczb, kryteriów)

Liczba kompleksów= n-k

Liczba simpleksów= N-n

# ANALIZA WYMIAROWA

1) $C = L^a \cdot M^b \cdot T^c$

2) $C = k \cdot C_1^a \cdot C_2^b \cdot C_3^c \cdot \dots \cdot C_k^k$

wielkości **k** są wymiarowo niezależne

3) $C = k \cdot C_1^a \cdot C_2^b \cdot C_3^c \cdot \dots \cdot C_k^k \cdot \dots \cdot C_N^N$

a wielkości **N-k**, są wymiarowo zależne

Równania wymiarowe, rozwiązuje się metodami:

a) Reyleigha,

b) Buckinghama,

c) Równań różniczkowych.

# KONWEKCJA WYMUSZONA I BURZLIWY RUCHU PŁYNU

**Re> 2100, dokładnie Re> $10^4$** wówczas współczynnik wnikania ciepła jest funkcją:

$$\alpha = f\left(w, d, L, \eta, \rho, c, \lambda\right)$$

wg analizy wymiarowej: $$\frac{\alpha d}{\lambda} = f_1\left(\frac{wd}{\eta}, \frac{c\eta}{\lambda}, \frac{L}{d}\right)$$

$$Nu = f_1\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, K_g\right) \quad \text{lub} \quad Nu = A\,\mathrm{Re}^B\,\mathrm{Pr}^C$$

na podstawie doświadczeń wyznacza się wartości współczynników A, B i C.

gdy L/d>50 wówczas jego wpływ na wartość a, można pominąć, wtedy:

$$\alpha = f_2\left(w, d, \eta, c, \lambda\right)$$

# KONWEKCJA WYMUSZONA I BURZLIWY RUCHU PŁYNU

**Re> 2100, dokładnie Re> $10^4$**

opierając się na metodzie Reyleigha można zapisać

$$\alpha = A w^B c^C d^D \eta^E \lambda^F$$

Równanie wymiarów fizycznych jest zatem następujące:

$$\left[\frac{J}{m^2 \cdot s \cdot \deg}\right] = \left[\frac{kg}{m^2 \cdot s}\right]^B \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot \deg}\right]^C \cdot [m]^D \cdot \left[\frac{kg}{m \cdot s}\right]^E \cdot \left[\frac{J}{m \cdot s \cdot \deg}\right]^F$$

Aby była zachowana jednorodność wymiarowa muszą być spełnione związki:

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{J}{\deg} \rightarrow 1 = \mathrm{C} + \mathrm{F} \\
m \rightarrow -2 = -2B + D - E - \mathrm{F} \\
s \rightarrow -1 = -\mathrm{B} - \mathrm{E} - \mathrm{F} \\
kg \rightarrow 0 = B - \mathrm{C} + \mathrm{E}
\end{array}\right\}$$

Wyrażając niewiadome D, E, F przy pomocy B i C otrzymuje się:

D=B-1

E=C-B

F=1-C

Zatem:

$$\alpha = Aw^{B}c^{C}d^{B-1}\eta^{C-B}\lambda^{1-C}$$

Dzieląc obie strony równania przez $\alpha$ i grupując wyrazy z wykładnikami potęg B i C otrzymuje się:

$$1 = A\frac{\left(\frac{w\cdot d}{\eta}\right)^{B}\left(\frac{c\cdot\eta}{\lambda}\right)^{C}}{\left(\frac{\alpha\cdot d}{\lambda}\right)} \Rightarrow \frac{\alpha\cdot d}{\lambda} = A\left(\frac{w\cdot d}{\eta}\right)^{B}\cdot\left(\frac{c\cdot\eta}{\lambda}\right)^{C}$$

$$\Rightarrow Nu = A\cdot\mathrm{Re}^{B}\cdot\mathrm{Pr}^{C} \Rightarrow Nu = 0,023\cdot\mathrm{Re}^{0,8}\cdot\mathrm{Pr}^{0,4}$$

# ANALIZA WYMIAROWA

## Teoremat π Buckinghama - sprawdzenie

$$\alpha = Aw^{B} c^{C} d^{D} \eta^{E} \lambda^{F}$$

**N** = 6

**n** = 6

**k** = 3 (średnica; ciepło właściwe; prędkość masowa)

Równanie będzie zawierać **(N-k)=t =3 (Re; Nu; Pr)** ułamków bezwymiarowych (liczb, kryteriów)

Liczba kompleksów= n-k = 3

Liczba simpleksów= N-n = 0

# KONWEKCJA WYMUSZONA

czyli wnikanie przy wymuszonym przepływie ciepła

Opisuje równanie kryterialne:

$$Nu = C \cdot \mathrm{Re}^{a} \cdot \mathrm{Pr}^{b} \cdot (d/L)$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$$

**liczba Nusselta** (charakteryzująca podobieństwo kinetyczne czyli intensywność przepływu ciepła na granicy płyn – ścianka),

$\alpha$ - współczynnik wnikania ciepła [W/m$^2$·K],

d – średnica przewodu [m],

$\lambda$ - współczynnik przewodzenia ciepła [W/m·K]

$$\mathrm{Pr} = \frac{c \cdot \eta}{\lambda}$$

**liczba Prandtla** (charakteryzująca właściwości fizykochemiczne płynu),

c – ciepło właściwe płynu [J/kg·K],

$$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d \cdot \rho}{\eta}$$

**liczba Reynoldsa** (charakteryzująca podobieństwo hydrodynamiczne),

u – średnia liniowa prędkość przepływu płynu [m/s],

$\rho$ - gęstość płynu [kg/m$^3$],

$\eta$ - współczynnik lepkości dynamicznej płynu [Pa·s]

**Re** charakteryzuje rodzaj przepływu płynu przez rurociąg:

**Re< 2100** – przepływ laminarny (uwarstwiony),

**2100<Re<3000** – przepływ przejściowy,

**Re> 3000** – przepływ burzliwy,

$$\frac{d}{L}$$

**liczba podobieństwa geometrycznego** (simpleks geometryczny),

L – długość przewodu [m]

## burzliwy przepływ płynu $10^4$ <Re> $10^6$

## ciecze posiadają lepkość zbliżoną do lepkości wody

**równanie Kraussolda**

**ogrzewanie**

$$Nu = 0{,}032Re^{0{,}8}Pr^{0{,}37}\left(\frac{d}{L}\right)^{-0{,}054}$$

**chłodzenie**

$$Nu = 0{,}032Re^{0{,}8}Pr^{0{,}3}\left(\frac{d}{L}\right)^{-0{,}054}$$

**burzliwy przepływ płynu Re> $10^4$**

**L/d>50**

ogrzewanie i chłodzenie płynów

**równanie Mc Adamsa i Dittusa-Boeltera**

$$Nu = 0{,}023 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}4}$$

**burzliwy przepływ płynu Re> $10^4$**

**0,7 < Pr> 160**

**równanie Colburna**

$$Nu = 0{,}032Re^{0{,}8}Pr^{0{,}33}$$

## ciecze o dużej lepkości ($\eta > 2\eta_{wody}$)

**równanie Sider-Tate'a**

$$Nu = 0{,}027 \cdot \mathrm{Re}^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}^{0,33} \cdot (\eta/\eta_w)^{0,14}$$

$\eta$- współczynnik lepkości płynu w średniej temperaturze rdzenia strumienia [Pa·s],

$\eta_w$ - współczynnik lepkości płynu w średniej temperaturze powierzchni ścianki [Pa·s],

## zmienna wartość liczby Prandtla

## $10^4 < Re > 10^6$ i $0{,}6 < Pr > 2{,}5 \cdot 10^8$

**równanie Michejewa**

$$Nu = 0{,}021 Re^{0,8} Pr^{0,48} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25}$$

Pr – liczba Prandtla w średniej temperaturze rdzenia strumienia,

$Pr_w$ – liczba Prandtla w średniej temperaturze powierzchni ścianki,

# L/d<50

wówczas obliczając współczynnik wnikania ciepła należy uwzględnić współczynnik poprawkowy $\varepsilon$

$$\varepsilon = f\left(\frac{L}{d}, Re\right)$$

W przypadku **gazów liczba Prandtla w dużym zakresie ciśnień i temperatury jest wielkością stałą**, zależną od ilości atomów w cząsteczce, czy są to cząsteczki polarne lub niepolarne:

gazy jednoatomowe – 0,67

dwuatomowe – 0,72

trójatomowe – 0,8

cztero- i więcej atomowe – 1

np. dla gazu dwuatomowego : $Nu = 0{,}023 \cdot \mathrm{Re}^{0,8} \cdot 0{,}72^{0,4} = 0{,}021 \cdot \mathrm{Re}^{0,8}$

Jeśli przekrój nie jest kołowy to należy wyznaczyć **średnicę zastępczą $d_e$**.

$$d_e = \frac{4 \cdot S(pole\ powierzchni)}{B(obwód)}$$

## przepływ laminarny Re<2100
## niewielka różnica temperatur pomiędzy ścianką a płynem

$$Nu = C\left(RePr\frac{d}{L}\right)^{n}$$

wartości współczynnika **C** i wykładnika *n* zależą od wartości iloczynu

$$RePr\frac{d}{L}$$

iloczyn liczby Reynoldsa i liczby Prandtla **to liczba Peckleta**

$$RePr = Pe$$

zatem

$$Nu = C\left(Pe\frac{d}{L}\right)^{n}$$

1) dla $\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L$ **>13** współczynnik **C=1,86** zaś **n=0,33** stąd:

$$Nu = 1{,}86\cdot(\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L)^{0,33}$$

gdy istnieje silna zależność lepkości od temperatury współczynnik C wg doświadczeń **Sider – Tate'a** wynosi:

$$1{,}86\cdot(\eta/\eta_w)^{0,14}$$

$$Nu = 1{,}86\cdot(\eta/\eta_w)^{0,14}\cdot(\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L)^{0,33}$$

2) dla $\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L$ **<13** współczynnik **C wynosi 1,62** zaś **n=0,33**

$$Nu = 1{,}62\cdot(\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L)^{0,33}$$

3) dla $\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L$ **<4,5**

$$Nu = 0{,}5\cdot \mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}\cdot d/L$$

# INNE PRZYPADKI KONWEKCJI

1. Wnikanie ciepła w strefie przejściowej pomiędzy ruchem przejściowym a burzliwym,

$$Nu = 0{,}008 Re^{0{,}9} Pr^{0{,}43}$$

2. Wnikanie ciepła podczas przepływu płynu w wężownicach,

$$\alpha_r = \varepsilon_r \cdot \alpha \qquad \varepsilon_r = 1 + 3{,}54\left(\frac{d}{D}\right)$$

3. Wnikanie ciepła przez warstwę wypełnienia,
4. Wnikanie ciepła podczas ruchu płynu prostopadłego do pojedynczej rury (cylindra),
5. Wnikanie ciepła przy opływie pęku rur,
6. Wnikanie ciepła przy opływie kuli,
7. Wnikanie ciepła przy przepływie płynu wzdłuż ścianki płaskiej,
8. Wnikanie ciepła w procesie mieszania.

# KONWEKCJA NATURALNA

Wyróżniamy dwa rodzaje KONWEKCJI NATURALNEJ:

1) wnikanie ciepła w **przestrzeni nieograniczonej** dla której Pr≥0,5

$$\alpha = f(l, \rho, c, \lambda, \eta, \beta, \Delta T, g)$$

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot \mathrm{Pr})^n$$

gdzie:

Nu - **liczba Nusselta**,

$$Gr = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \cdot \beta \cdot \Delta t = \frac{g \cdot l^3 \cdot \rho^2}{\eta^2} \cdot \beta \cdot \Delta t$$

- **liczba Grashofa** (charakteryzuje oddziaływanie wzajemne sił tarcia wewnętrznego i sił wyporu, spowodowane różnicą gęstości w poszczególnych punktach płynu),

Pr - **liczba Prandtla.**

l – charakterystyczny wymiar liniowy [m],

$\nu$ - lepkość kinematyczna płynu [m$^2$/s],

$\beta$ - współczynnik rozszerzalności objętościowej [1/K],

$\Delta$t – różnica temperatur między temperaturą powierzchni ściany a temperaturą ośrodka [$^o$C, K].

wartości **współczynnika C** i **wykładnika n** zależą od iloczynu **Gr·Pr**

| nr | Gr·Pr | C | n | Uwagi |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $10^{-3}$ - $5\cdot10^{2}$ | 1,18 | 1/8 | ruch laminarny |
| 2 | $5\cdot10^{2}$ - $2\cdot10^{7}$ | 0,54 | 1/4 | ruch przejściowy |
| 3 | $2\cdot10^{7}$ - $10^{13}$ | 0,135 | 1/3 | ruch burzliwy |

Dla iloczynu **Gr·Pr<10⁻³** liczba Nusselta ma wartość stałą, równą 0,45 czyli **C=0,45** zaś **n=0**, zatem:

$$\alpha = 0{,}45 \cdot \frac{\lambda}{l}$$ tzn. wnikanie ciepła określa przewodnictwo cieplne płynu

Wszelakie obliczenia dokonuje się dla temperatury warstwy przyściennej obliczanej jako średnia arytmetyczna z temperatury powierzchni ściany i ośrodka:

$$T_m = \frac{T_w + T}{2}$$

Współczynnik rozszerzalności objętościowej gazów oblicza się, jak dla gazów doskonałych, jako odwrotność absolutnej temperatury gazów [K] w warstwie przyściennej:

$$\beta = \frac{1}{T_m}$$

## Charakterystyczny wymiar liniowy l:

• pionowa ściana płaska lub cylindryczna – l jest wysokością ściany,

• dla kuli i rury poziomej – l jest ich średnicą,

• dla płyty poziomej, zwykle prostokątnej – l jest długością mniejszego boku, ale $l_{max}$ wynosi 0,6 m. Większa wartość nie ma wpływu na współczynnik wnikania ciepła a

Dla płyty poziomej, jeżeli istnieją warunki ułatwiające konwekcję (powierzchnia grzejna skierowana do góry lub chłodząca skierowana w dół) wówczas

współczynnik $\alpha$ należy zwiększyć o 30%,

natomiast gdy istnieją warunku utrudniające konwekcję

należy $\alpha$ zmniejszyć o 30%.

# KONWEKCJA NATURALNA

## 2) wnikanie ciepła w **przestrzeni ograniczonej**

Jest skomplikowane ze względu na małe rozmiary rozpatrywanej powierzchni. Nie można ustalić osobno współczynników $\alpha$ dla ogrzewania i chłodzenia płynu. Natężenie przepływu ciepła oblicza się z równania na przewodzenie ciepła.

**gdy $Gr \cdot Pr < 10^3$**

**przewodzenie przez warstwę płynu**

$$Q_* = \frac{\lambda_z}{\sigma} \cdot A \cdot \Delta T \qquad \frac{\lambda_z}{\lambda} = 1$$

**równoważny współczynnik przewodzenia ciepła $\lambda_z$**

jest równy rzeczywistemu współczynnikowi przewodzenia ciepła $\lambda$

**natomiast gdy $Gr \cdot Pr > 10^3$**

$$\frac{\lambda_z}{\lambda} = 0{,}18 \cdot (Gr \cdot \Pr)^{0{,}25}$$

wartość $\lambda_z$ oblicza się dla temperatury średniej między temperaturami ściany cieplejszej i zimniejszej.

**Wymiarem charakterystycznym w liczbie Grashofa jest szerokość komory $\sigma$.**

# WNIKANIE CIEPŁA (KONWEKCJA) PRZY ZMIANIE STANU SKUPIENIA

***1) Wnikanie przy wrzeniu cieczy.***

Jest to proces skomplikowany, rozróżnia się m.in. wrzenie w objętościach dużych oraz w objętościach małych np. w rurach.

Rozróżnia się m.in.
wrzenie pęcherzykowe, błonkowe i inne.

$$\Delta T = T_w - T_b$$

Najczęstszym przypadkiem jest wrzenie pęcherzykowe. Wrzenie to pod ciśnieniem atmosferycznym występuje gdy $\Delta T$=5-25 K (°C).

Mechanizm wrzenia cieczy jest złożony, składają się na niego m.in.:

1. Mechanizm tworzenia się pęcherzyka pary,
2. Ustalenie warunków określających miejsca czynne powierzchni grzejnej,
3. Wpływ napięcia powierzchniowego cieczy,
4. Wpływ cyrkulacji wrzącej cieczy na wnikanie ciepła przez ciecz od ścianki grzejnej,

# WNIKANIE CIEPŁA (KONWEKCJA) PRZY ZMIANIE STANU SKUPIENIA

**Małe $\Delta$T** – dominuje wrzenie pęcherzykowe, wsp. wnikania rośnie gdy rośnie $\Delta$T aż do osiągnięcia $\Delta T_{kryt.}$

**Duże $\Delta$T** – dominuje wrzenie błonkowe nietrwałe i trwałe; wsp. wnikania jest zwykle mniejszy niż dla wrzenia pęcherzykowego,

$$\alpha = 3{,}14 \cdot (p/10^5)^{0,15} \cdot (q/A)^{0,7}$$

$$\alpha = 45{,}8 \cdot (p/10^5)^{0,5} \cdot \Delta T^{2,33}$$

gdzie:

q/A – gęstość strumienia cieplnego (natężenie przepływu ciepła na jednostkę powierzchni grzejnej [W/m$^2$],

p – ciśnienie wrzącej cieczy [Pa],

$\Delta$T – różnica temperatur między temperaturą powierzchni ścianki a temperaturą wrzącej cieczy [K, °C].

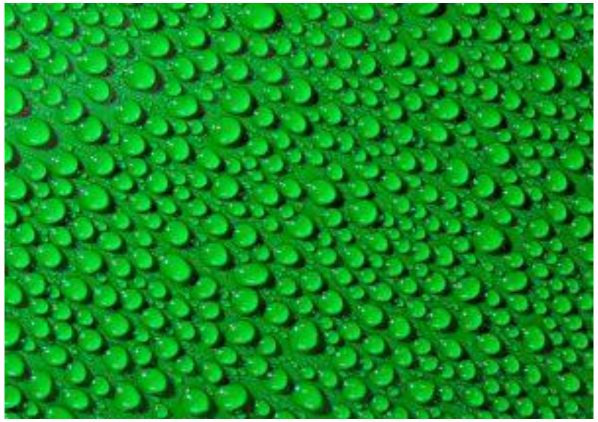
Dla roztworów wodnych i innych cieczy:

$$\alpha' = \varphi \cdot \alpha_{wody}$$

| Roztwory wodne | φ | ciecze | φ |
|---|---|---|---|
| 10% $NaSO_4$ | 0,94 | Metanol | 0,53 |
| 20% r. cukru | 0,87 | Etanol | 0,45 |
| 40% r. cukru | 0,84 | Izopropanol | 0,70 |
| 26% r. gliceryny | 0,83 | n-butanol | 0,32 |
| 55% r. gliceryny | 0,75 | Benzen | 0,27 |
| 9% NaCl | 0,86 | Toulen | 0,36 |
| 24% NaCl | 0,61 | Czterochlorek węgla | 0,35 |

**_2) wnikanie ciepła przy kondensacji pary_**. Wnikanie ciepła od pary do ścianki, której temperatura jest niższa od temperatury nasycenia.

**skraplanie błonkowe**, skropliny tworzą błonkę (film) ciągłą, spływającą grawitacyjnie ku dołowi,



**skraplanie kropelkowe**, skropliny tworzą na powierzchni ścianki oddzielne krople, które spływają ku dołowi w postaci pojedynczych kropli,

$$\alpha = f(r, \rho, c, \lambda, \eta, l, \Delta T, g)$$

$$Nu = C \cdot (Ga \cdot \Pr \cdot Ko)^n$$

gdzie:

$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$ - liczba Nusselta,

$\Pr = \frac{c \cdot \eta}{\lambda}$ - liczba Prandtla,

$Ga = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2}$ - **liczba Galileusza** (charakteryzuje stosunek sił tarcia wewnętrznego do sił ciężkości),

$Ko = \frac{r}{c \cdot \Delta T}$ - **liczba kondensacji** (jest to miara stosunku strumienia cieplnego zużywanego na fazowe przekształcenie substancji do ciepła przechłodzenia jednej z faz w temperaturze nasycenia),

gdzie:

$\alpha$ - współczynnik wnikania ciepła od kondensującej pary do ścianki [W/m$^2$·K],

g – przyśpieszenie ziemskie [m/s$^2$],

$\nu$ - współczynnik lepkości kinematycznej kondensatu [m$^2$/s],

c – ciepło właściwe kondensatu [J/kg·K]

$\eta$ - współczynnik lepkości dynamicznej kondensatu [Pa·s],

r – ciepło kondensacji pary [J/kg],

$\Delta$T – różnica temperatur między temperaturą kondensującej pary a temperaturą powierzchni ścianki [K,°C].

$$Nu = C \cdot (Ga \cdot \mathrm{Pr} \cdot Ko)^n$$

Wartości **współczynnika C** i **wykładnika n** są następujące:

**1. rura pionowa:**

**C= 1,15 n=0,25**

H – wymiar charakterystyczny to wysokość rury,

**2. rura pozioma:**

**C=0,725 n=0,25**

d – wymiar charakterystyczny to średnica zewnętrzna rury,

Zastrzeżenia:

a) kondensacja następuje w sposób błonkowy,

b) błonka kondensatu spływa ruchem laminarnym z prędkością nie przekraczającą 1,0 [m/s],

c) para nie zawiera niekondensujących gazów.

Zatem wartości współczynnika wnikania ciepła można wyliczyć na podstawie następujących wzorów:

***1) dla rury pionowej:***

$$\alpha = 1{,}15 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot r \cdot g}{H \cdot \eta \cdot \Delta T}}$$

*H – wysokość rury [m],*

***2) dla rury poziomej (kondensacja na zewnątrz rury):***

$$\alpha = 0{,}725 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot r \cdot g}{d \cdot \eta \cdot \Delta T}}$$

*d – średnica zewnętrzna rury [m],*

Wartości liczbowe parametrów fizycznych kondensatu t.j. $\rho$, $\lambda$, $\eta$ podstawia się dla temperatury błonki kondensatu $\mathbf{T_m}$.

$$T_m = \frac{T_w + T_s}{2}$$

$T_w$ – temperatura powierzchni ścianki,

$T_s$ – temperatura nasycenia,

Wartość liczbową ciepła kondensacji **r** oblicza się dla $\mathbf{T_s}$.

# PRZENIKANIE CIEPŁA

# PRZENIKANIE CIEPŁA

W przemyśle ruch ciepła zachodzi równocześnie dwoma lub trzema sposobami, najczęściej odbywa się przez **przewodzenie** i **wnikanie.** Mechanizm transportu ciepła łączący wymienione sposoby ruchu ciepła nazywa się **PRZENIKANIEM CIEPŁA**.

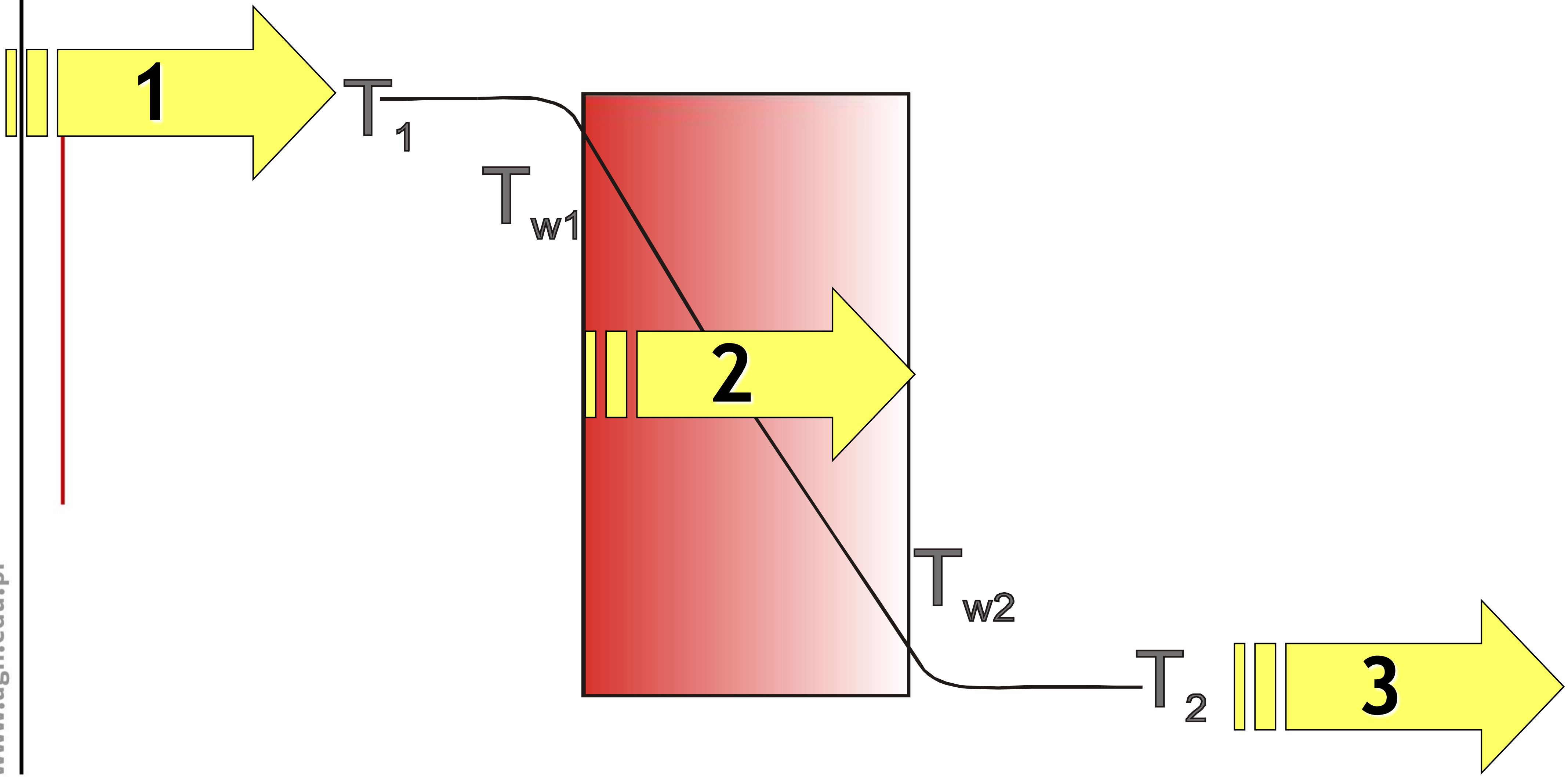
PRZE(WODZENIE)+(W)NIKANIE

= PRZENIKANIE

Przepływ ciepła jest ustalony, zatem:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = const$$

# PRZENIKANIE CIEPŁA POMIĘDZY DWOMA OŚRODKAMI PŁYNNYMI ODDZIELONYMI ŚCIANKĄ PŁASKĄ



# PRZENIKANIE CIEPŁA POMIĘDZY DWOMA OŚRODKAMI PŁYNNYMI ODDZIELONYMI ŚCIANKĄ PLASKĄ

**Przepływ ciepła odbywa się w trzech stadiach:**

1. wnikanie ciepła od ośrodka do ścianki płaskiej,

$$\dot{Q}_1 = \alpha_1 \cdot (T_1 - T_{w1}) \cdot A\ [W]$$ – prawo Newtona

2. przewodzenie ciepła przez ściankę,

$$\dot{Q}_2 = \frac{\lambda \cdot A}{\sigma} (T_{w1} - T_{w2})\ [W]$$ – prawo Fouriera

3. wnikanie ciepła od ścianki do ośrodka ogrzewanego,

$$\dot{Q}_3 = \alpha_2 \cdot (T_{w2} - T_2) \cdot A\ [W]$$ – prawo Newtona

Ponieważ ruch ciepła jest ustalony $\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}_3$

można równania dodać stronami, Strumień cieplny i gęstość strumienia cieplnego na drodze przenikania można, zatem wyrazić następująco:

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot A \cdot (T_1 - T_2)\ [W]$$

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot (T_1 - T_2) \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

gdzie: $$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot deg}\right]$$

współczynnik przenikania ciepła

**deg (z ang. degree)- stopień $^oC$, K**

$$\dot{Q} = K \cdot A \cdot (T_1 - T_2)\ [W] \qquad q = K \cdot (T_1 - T_2)\ [\mathrm{W/m^2}]$$

zatem:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{K}}$$

gdzie, 1/K to opór termiczny $R_t$ równy sumie oporów: ośrodka ogrzewającego, ścianki i ośrodka ogrzewanego :

$$\frac{1}{K} = R_t = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

**WSPÓŁCZYNNIK PRZENIKANIA K:**

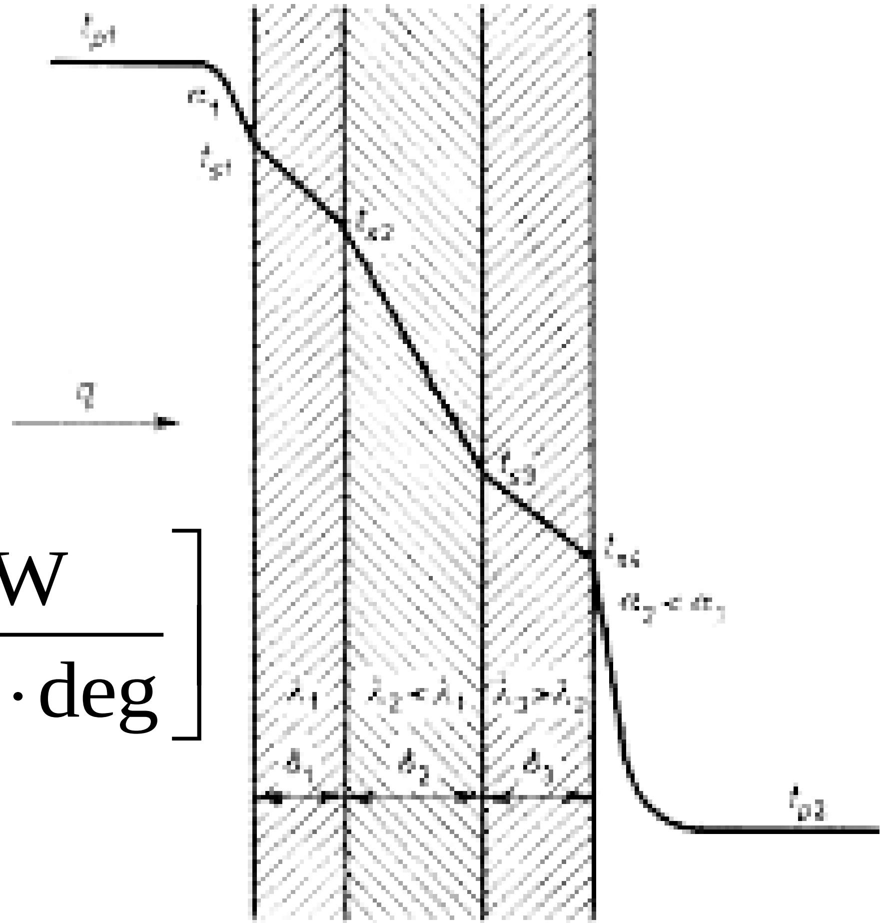
$$K = \frac{\dot{Q}}{A(T_1 - T_2)} = \left[\frac{W}{m^2 \cdot deg}\right]$$

Współczynnik K oznacza tę ilość ciepła jaka przenika przez ściankę od ośrodka grzejnego do ogrzewanego gdy powierzchnia ścianki wynosi 1m$^2$ a spadek temperatury 1 deg.

## PRZENIKANIE PRZEZ ŚCIANKĘ PŁASKĄ WIELOWARSTWOWĄ

$$\dot{Q} = K \cdot A \cdot (T_1 - T_2)\ [W]$$

$$q = K \cdot (T_1 - T_2)\ \ [\mathrm{W/m^2}]$$



gdzie: $$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 \cdot deg}}\right]$$

# PRZENIKANIE PRZEZ ŚCIANKĘ CYLINDRYCZNĄ JEDNOWARSTWOWĄ

1. Wnikanie od ośrodka grzejnego do ścianki

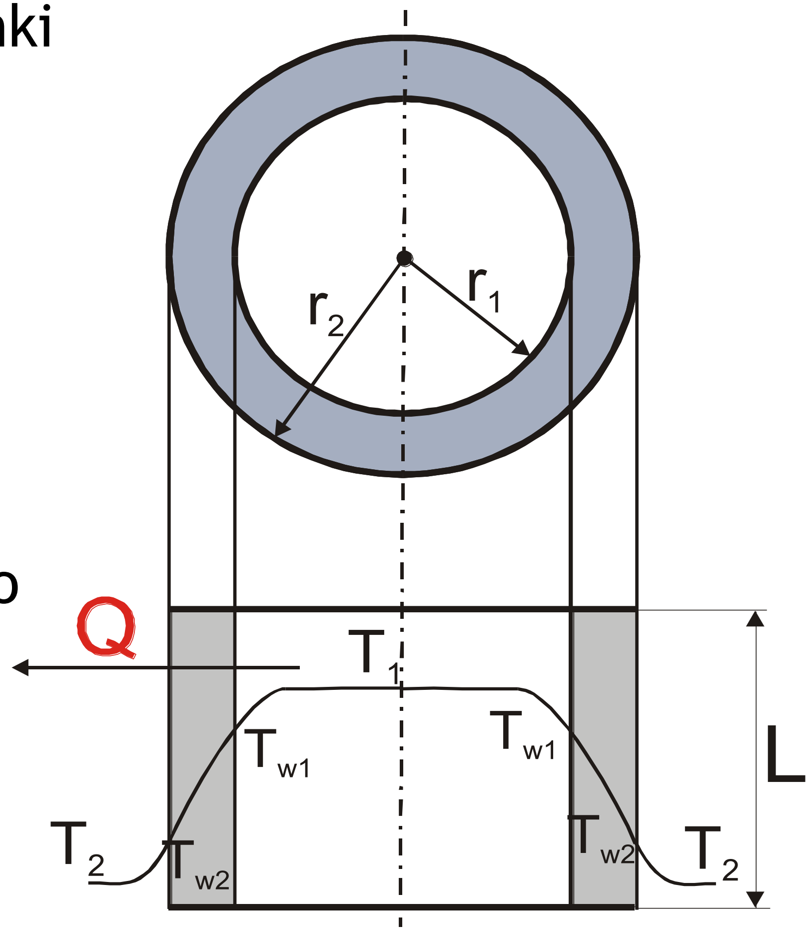
$$\dot{Q}_1 = \alpha_1 2\pi r_1 L(T_1 - T_{w1})$$

2. Przewodzenie przez ściankę

$$\dot{Q}_2 = \frac{\pi L(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\lambda_1} \cdot ln\frac{r_2}{r_1}}$$

3. Wnikanie od ścianki do ośrodka ogrzewanego

$$\dot{Q}_3 = \alpha_2 2\pi r_2 L(T_{w2} - T_2)$$




Zsumowanie równań na spadki temperatur dla każdego przypadku daje:

$$\dot{Q} = K_d \cdot \pi \cdot L \cdot (T_1 - T_2)\ [W]$$

$$K_d = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot 2r_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot 2r_2}} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{deg}}\right]$$

$$K_d = \frac{\dot{Q}}{\pi L (T_1 - T_2)} = \left[\frac{W}{m \cdot deg}\right]$$

Współczynnik $K_d$ oznacza tę ilość ciepła jaka przenika przez ściankę od ośrodka grzejnego do ogrzewanego gdy długość rury wynosi 1m a spadek temperatury 1 deg.

**Sumaryczny opór cieplny podczas ruchu ciepła przez ściankę cylindryczną:**

$$\frac{1}{K_d} = R_t = \frac{1}{\alpha_1 2r_1} + \frac{1}{2\lambda_1} ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 2r_2}$$

## PRZENIKANIE PRZEZ ŚCIANKĘ CYLINDRYCZNĄ WIELOWARSTWOWĄ

$$K_d = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot 2r_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln\frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot 2r_2}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{m \cdot \mathrm{deg}}\right]$$

W przypadku ścianek cylindrycznych można stosować uproszczenia:

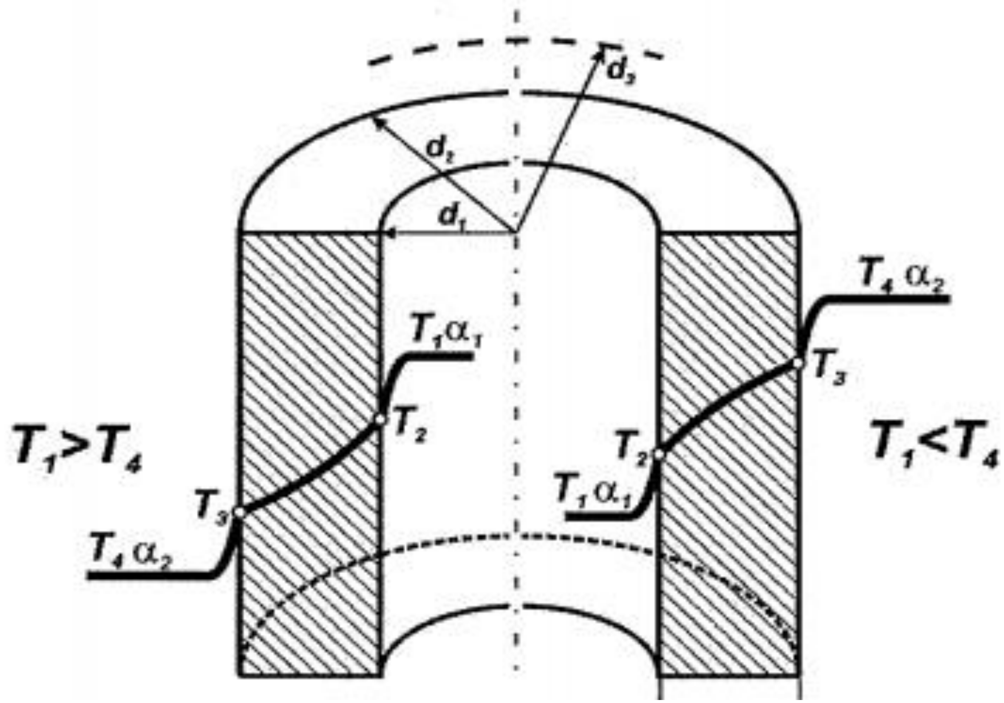
**Gdy rura jest cienkościenna i gdy $\Delta T$ jest nieznaczna** można stosować wzory dla ścianki płaskiej.
**Warunek $d_{ZEWN}/d_{WEWN} \leq 2$**.

$$\dot{Q} = K \cdot A \cdot (T_1 - T_2)\ [W] \qquad A = 2\pi r_x L$$

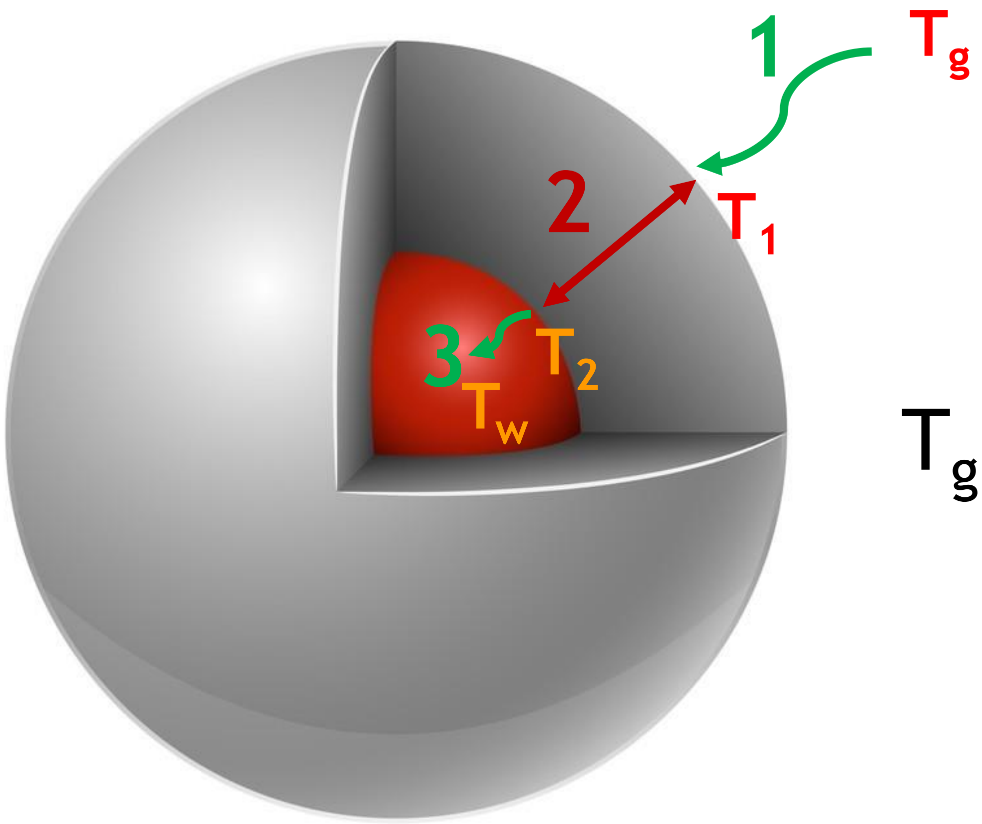
Wówczas we wzorze na powierzchnię za $r_X$ podstawia się:
jeżeli $\alpha_1 >> \alpha_2$ to $r_X = r_2$ – promień zewnętrzny rury,
*(przenikanie od wnętrza ścianki do otoczenia)*
jeżeli $\alpha_1 \approx \alpha_2$ to:

$$r_x = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

jeżeli $\alpha_1 << \alpha_2$ to $r_X = r_1$
- promień wewnętrzny rury.
*(przenikanie od otoczenia do wnętrza ścianki)*



# PRZENIKANIE PRZEZ ŚCIANKĘ KULISTĄ JEDNOWARSTWOWĄ




$T_g > T_1 > T_2 > T_w$

1. Wnikanie od ośrodka grzejnego do ścianki

$$\dot{Q}_1 = \alpha_1 4\pi r_z^2 (T_g - T_1)$$

2. Przewodzenie przez ściankę w kuli

$$\dot{Q}_2 = \frac{\pi \cdot (T_1 - T_2)}{\frac{1}{4\lambda_k} \cdot \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_z}\right)}$$

3. Wnikanie od ścianki do ośrodka ogrzewanego

$$\dot{Q}_3 = \alpha_2 4\pi r_w^2 (T_2 - T_w)$$

Zsumowanie równań na spadki temperatur dla każdego przypadku daje:

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot \left(T_g - T_w\right)}{\frac{1}{\alpha_1 4 r_z^2} + \frac{1}{4\lambda_k} \cdot \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_z}\right) + \frac{1}{\alpha_2 4 r_w^2}} \quad [W]$$

Współczynnik K oznacza tę ilość ciepła jaka przenika przez ściankę od ośrodka grzejnego do ogrzewanego gdy spadek temperatury wynosi 1 deg.

$$K_k = \frac{\dot{Q}}{\pi(T_1 - T_2)} = \left[\frac{W}{deg}\right]$$

$$K_k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 4r_z^2} + \frac{1}{4\lambda_k} \cdot \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_z}\right) + \frac{1}{\alpha_2 4r_w^2}} \left[\frac{W}{deg}\right]$$

AGH